



**COORDINACIÓN DE DESARROLLO
PROFESIONAL E INSTITUCIONAL**

SUBCOORDINACIÓN DE POSGRADO

T E S I S

**PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA MEJOR COMPRENSIÓN DE LOS
CONCEPTOS DE LA HIDRÁULICA**

que para obtener el grado de
Doctor en
Ciencias y Tecnología del Agua

presenta
Edmundo Pedroza González

Tutor: Dr Aldo Iván Ramírez Orozco

**Posgrado IMTA
Tesis digitales
Restricciones de Uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal de Derechos de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de video y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente de donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto será sancionado por las autoridades correspondientes.

*Con amor y admiración, para mi hijo
Ángel Edmundo Pedroza León*

Contenido

1	Anécdotas y reflexiones que motivaron la investigación.	5
1.1	¿Qué es la cantidad de movimiento?	5
1.2	Algunos problemas de ingeniería hidráulica no tienen ejemplos resueltos en los libros 5	
1.3	Un supuesto descubrimiento científico, no tiene mérito si no puede ser explicado a una mesera	6
1.4	La evolución histórica de la hidráulica es útil para su enseñanza	6
1.5	Mi primer empleo como “hidráulico” no me gustó	6
1.6	Las prácticas en el laboratorio de hidráulica.....	7
2	Antecedentes.....	8
3	Objetivo y metodología de la propuesta doctoral.....	10
3.1	Objetivo de la investigación	10
3.2	Metodología.....	10
4	Adecuaciones y análisis adicionales a la encuesta original.....	12
5	Causas de la baja comprensión por parte de los alumnos.....	18
5.1	Planteamientos inconvenientes en los contenidos de los libros de hidráulica	18
5.2	Revisión de contenido en libros de hidráulica.	20
5.3	Las prácticas de hidráulica.....	22
6	Estado del conocimiento: propuestas de mejora a la enseñanza de la hidráulica.	23
7	Soporte didáctico de la investigación	24
7.1	El constructivismo	24
7.2	El aprendizaje significativo	25
7.3	La transposición didáctica.....	25
7.4	Uso de la historia de la hidráulica como estrategia didáctica	26
7.5	Desarrollo de la base del material didáctico	26
8	Aprendizaje significativo. Las estructuras cognitivas de las ecuaciones principales de la hidráulica	28
8.1	La estructura cognitiva del principio de Pascal y sus conceptos previos	28
8.2	Explicación significativa del Principio de Pascal	40
8.3	La estructura cognitiva de la ecuación de continuidad	42

8.4	Estructura cognitiva de la ecuación de la energía.....	45
8.4.1	Conflictos en la definición del concepto <i>energía</i>	46
8.4.2	Conceptos previos de la ecuación de la energía.....	50
8.5	La estructura cognitiva de la ecuación de cantidad de movimiento y sus conceptos previos.....	52
9	Transposición didáctica. Deducciones simplificadas de las ecuaciones principales de la hidráulica.....	56
9.1	Deducción de la ecuación fundamental de la hidrostática con una columna líquida	56
9.2	Deducción de gasto (o caudal).....	57
9.3	Deducción de la ecuación de continuidad.....	58
9.4	Deducción de la ecuación de la energía (de Bernoulli).....	58
9.4.1	Energía de posición.....	59
9.4.2	Energía cinética o de velocidad.....	59
9.4.3	Energía de presión.....	60
9.5	Deducción de la ecuación de cantidad de movimiento.....	61
10	La historia como una estrategia didáctica de la hidráulica.....	63
10.1	El principio de Pascal: historia del concepto o historia de la presión.....	63
10.1.1	Arquímedes y la corona de Hierón.....	63
10.1.2	Herón de Alejandría y el agua que no pesaba.....	64
10.2	Leonardo Da Vinci y su <i>no</i> influencia en la hidrostática.....	65
10.3	Stevin, la paradoja hidrostática y el lenguaje flamenco.....	66
10.4	Galileo y sus amigos que trabajaron en la hidrostática.....	67
10.5	Historia de la ecuación de continuidad.....	69
10.5.1	Leonardo Da Vinci y la repartición del agua.....	69
10.5.2	Giovanni Fontana y el agua que se comprimió.....	70
10.5.3	Benedetto Castelli propone nuevamente la ecuación de continuidad.....	71
10.6	Historia de la ecuación de la energía.....	72
10.6.1	Galileo Galilei, la caída de los graves.....	72
10.6.2	Aparece Torricelli.....	73
10.6.3	La catarata de Newton.....	73
10.6.4	Daniel y Johann Bernoulli y la aparición de la ecuación de la energía.....	76

10.6.5	Desavenencias entre padre e hijo.....	79
10.7	Historia del concepto y la ecuación de <i>Cantidad de Movimiento</i>	81
10.7.1	Los griegos	81
10.7.2	Aristóteles.....	81
10.7.3	Edad Media.....	82
10.7.4	Rene Descartes (1596-1650)	82
10.7.5	Galileo y la cantidad de movimiento.....	83
10.7.6	Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)	85
10.7.7	Nicolás De Malebranche (1638 – 1715).....	85
10.7.8	E. Mariotte (1620-1684).....	85
10.7.9	Cristian Huygens (1629-1695)	86
10.7.10	Isaac Newton (1642-1727).....	86
11	Aplicación de la propuesta y resultados	88
11.1	Estrategia de aplicación de la propuesta doctoral	88
11.2	Resultados de los exámenes	90
11.3	Revisión por medio de los promedios	91
11.4	ANOVA en la revisión de resultados	96
11.4.1	¿Qué es el ANOVA?	96
11.4.2	Planteamiento teórico del ANOVA.....	97
11.5	Aplicación del ANOVA a las diferencias de calificación.....	100
11.6	Aplicación del ANOVA al <i>Índice Santana</i>	103
11.7	Aplicación del ANOVA a las calificaciones finales	106
11.8	Entrevista a profesores colaboradores.....	108
12	Conclusión y recomendaciones	112
13	ANEXO A. El constructivismo, el aprendizaje significativo y la transposición didáctica.....	115
13.1	El Constructivismo.....	115
13.2	Constructivismo en educación	115
13.3	El aprendizaje por reestructuración: constructivismo	116
13.4	El constructivismo según Piaget	116
13.5	El constructivismo según Vygotsky.....	117

13.6	Construcción del conocimiento escolar.....	117
13.7	Aprendizaje significativo	118
13.7.1	Implementación de una propuesta de aprendizaje significativo de la cinemática a través de la resolución de problemas.....	122
13.7.2	Un módulo instruccional para un aprendizaje significativo de la energía....	122
13.7.3	Cuaderno de mediación de significados para la enseñanza del concepto de energía mecánica.	123
13.7.4	Diseño práctico de una Unidad Didáctica en el área de las Ciencias Experimentales enmarcado en un proceso de enseñanza-aprendizaje activo y constructivista.....	124
13.7.5	Propuesta de enseñanza de los conceptos de Trabajo y Energía Mecánica, fundamentada en la Teoría de Ausubel.	124
13.7.6	Organizadores previos y Aprendizaje Significativo.....	125
13.8	Transposición didáctica.....	127
13.8.1	Alfabetización científica y tecnológica: la transposición didáctica del conocimiento tecnológico.....	127
13.8.2	El modelo atómico de E. Rutherford. Del saber científico al conocimiento escolar	129
13.8.3	Transposición didáctica del modelo científico de Lewis-Langmuir	130
13.8.4	Un estudio teórico de la articulación del saber matemático en el discurso escolar: la transposición didáctica del diferencial en la física y la matemática escolar	131
14	ANEXO B. Cuestionario de conocimientos previos e hidráulica	133
16	ANEXO C. Material didáctico: Cuaderno del profesor y cuaderno del alumno.....	140
16.1.1	Presentación y recomendaciones del cuaderno del profesor	141
17	Referencias	157

1 Anécdotas y reflexiones que motivaron la investigación.

El tema de la investigación doctoral tuvo su origen en experiencias personales relacionadas con una baja comprensión de los conceptos de la hidráulica y sus repercusiones en el ejercicio de la profesión ingenieril y docente. Dichas experiencias y repercusiones, condujeron a reflexiones sobre el origen de la problemática y su posible solución. Los párrafos siguientes dan cuenta de tales anécdotas y reflexiones.

1.1 ¿Qué es la cantidad de movimiento?

En la licenciatura fui un alumno medianamente brillante, desde el punto de vista de las calificaciones y antes de terminar los estudios ya trabajaba como ayudante de investigador en el laboratorio de Hidráulica. Al concluir mis estudios, justo en el siguiente ciclo escolar, ya era maestro de la materia de hidráulica de canales. Todo iba bien hasta que un alumno preguntó: -oiga maestro y qué es eso de *cantidad de movimiento*- hurgué entre mi supuesto gran acervo de conocimientos y no encontré explicación alguna del concepto, únicamente surgió la fórmula correspondiente y no sirvió para responder la pregunta. Tampoco recordé a mi maestro explicando el concepto, sólo recordé vagamente la solución de un problema con la ayuda de la mencionada fórmula.

¿Qué había pasado? ¿Por qué no tenía el concepto en la mente?

1.2 Algunos problemas de ingeniería hidráulica no tienen ejemplos resueltos en los libros

En alguna ocasión, el jefe de operación del Distrito de Riego “Valle del Carrizo” me pidió ayuda para colocar un vertedor abatible en uno de los canales de la red de distribución. No sabía qué resistencia debería tener el cable con el que se levantaría la placa del vertedor y temía colocar un cable muy grueso, o peor, uno muy delgado. Yo le contesté: “dame los datos geométricos e hidráulicos del canal y la próxima semana te mando el resultado”.

Pasaron tres meses y no tenía idea de cómo resolver el problema, el principal obstáculo era la inexistencia de algún problema parecido en el libro de Hidráulica que usé en licenciatura. Después de muchas lecturas por los textos y figuras de dicho libro, comencé a desarrollar alguna formulación. Sabía que el problema era de fuerzas; consecuentemente busqué dichas fuerzas y la manera de calcularlas: “el agua pesa y tiene fuerza si se mueve” –me dije-; también recordé que el tirante crítico se presenta forzosamente en una caída y que su evaluación es sencilla porque “se tiene una sección de control”. No pude explicarme los conceptos de “tirante crítico” ni “sección de control”, pero observé que es sencillo calcular dicho tirante cuando la sección es rectangular. A la postre logré determinar ecuaciones útiles para el objetivo perseguido y el final fue más o menos afortunado porque comprobé las ecuaciones de manera experimental. Pero el asunto me hizo reflexionar nuevamente sobre lo que había aprendido sobre Hidráulica, o mejor dicho, sobre lo que no había aprendido ya que el proceso mental que seguí para encontrar soluciones no partió de conceptos aprendidos durante mis clases de licenciatura, o al menos no del todo, porque que algunas herramientas básicas si quedaron instauradas en mi conocimiento.

Algunas conclusiones se pueden obtener de esta mi experiencia:

- a) Memorice fórmulas en las clases de Hidráulica
- b) No *aprehendí* los conceptos ni los fenómenos hidráulicos.
- c) Resolví el problema gracias a ulteriores análisis y reflexiones, no presentes durante la impartición de la materia.

1.3 Un supuesto descubrimiento científico, no tiene mérito si no puede ser explicado a una mesera

En el libro *Einstein, el hombre y su obra* (Whitrow, 1986) se puede leer lo siguiente: “un supuesto descubrimiento científico no tiene mérito si no puede ser explicado a una mesera”. En el libro se hace notar que Einstein desmintió la frase -atribuida a Rutherford- puesto que introdujo conceptos tan complicados en la física, que desconcertaron incluso a muchos científicos profesionales. Sin embargo, la sentencia es aplicable a la enseñanza de la hidráulica: ¿Acaso es posible que los maestros de hidráulica no son capaces de explicar conceptos de la materia a personas ajenas a los temas de ingeniería (los alumnos de primer ingreso) y es la razón por la cual se tiene baja comprensión de los conceptos? Parece natural que si un maestro no entiende un concepto, es incapaz de transmitirlo.

1.4 La evolución histórica de la hidráulica es útil para su enseñanza

En el libro del Dr Enzo Levi “El agua según la ciencia” (Levi, 1985) se encuentran maravillosas anécdotas sobre investigadores del agua. Leyendo en diferentes secciones es posible seguir las etapas por las que pasó el desarrollo de la ecuación de la energía. La historia de dicha ecuación comienza en 1598: Benedetto Castelli no está de acuerdo con la idea de que el agua se comprima y eventualmente plantea la ecuación de continuidad. Dicha ecuación sirvió para que varios investigadores (Torricelli, Newton y los Bernoulli, entre otros) trabajaran sobre una formulación para describir el flujo del agua en un orificio perforado en el fondo de un tanque. Después de diversos e interesantes avances y tropiezos, la historia termina alrededor de 1743 con Johann Bernoulli que dedujo la ecuación tal y como se presenta en nuestros días. Esta información se presentó en un artículo (Pedroza y Ortiz, 2006), dicho artículo tuvo su correspondiente exposición oral, al terminar la presentación, una persona del auditorio se puso de pie y afirmó: “si a mí me hubieran explicado así la ecuación de la energía, si le hubiera entendido”... Saque el lector sus conclusiones.

1.5 Mi primer empleo como “hidráulico” no me gustó

El primer empleo en el que usaría mis conocimientos de hidráulica, fue un despacho de cálculo. La primera actividad fue el dibujo a “mano alzada” de las curvas de nivel de unos planos gigantescos a los que dichas curvas se les estaban desvaneciendo. Me pregunté sobre la llegada del momento en el que haría uso del conocimiento de hidráulica adquirido en la carrera. Los compañeros con más tiempo en la empresa eran “jefes de proyecto” y realizaban el diseño de las partes hidráulicas de plantas de tratamiento. Yo esperaba llegar a trabajar como ellos... El momento no llegaba, por el contrario, se me encomendó contar el número de tornillos, tuercas, rondanas y empaques de la tubería de un acueducto de bastantes kilómetros de longitud.

Salí de la empresa sin haber realizado actividad alguna que requiriera conocimiento de hidráulica. Ya pasado el tiempo he vuelto a reflexionar sobre el tema y varias interrogantes surgen: ¿En realidad qué conocimiento mínimo se requiere para comenzar a trabajar como calculista hidráulico? ¿Se adquiere algún conocimiento durante el ejercicio profesional que no se adquirió en clases? ¿Es una experiencia aislada propia, o común y recurrente? ¿Los programas de enseñanza de la hidráulica consideran estos aspectos?

1.6 Las prácticas en el laboratorio de hidráulica

Durante mis clases de hidráulica, las prácticas de laboratorio fueron una serie de actividades muy poco relacionadas con lo visto en el salón de clases y se limitaban a llenar tablas con información tomada de aparatos y escalas montados en los modelos del laboratorio; con nula o escasa reflexión sobre lo que se realizaba.

2 Antecedentes

Las reflexiones anteriores motivaron la realización de un trabajo que inició fuera del contexto doctoral. Dicho trabajo fue una encuesta basada en preguntas cuya intención era averiguar el grado de comprensión (o incomprensión) de los conceptos de la hidráulica, tanto de alumnos como de profesores. Los resultados acusan una baja comprensión de los conceptos por parte de los alumnos, en un gran porcentaje. En resumen se encontró lo siguiente (Mendiola y Pedroza 2014).

Tabla 2-1 Resultados de preguntas relacionadas con la ecuación de la Cantidad de Movimiento

A. ¿Recuerda la fórmula de la "cantidad de movimiento"?	%
Totalmente	32
Aproximadamente	52
No	16

B. ¿Entiende el concepto de "cantidad de movimiento"?	%
Completamente	16
Aproximadamente	75
Nada	9

C. ¿Sería capaz de explicar el concepto de "cantidad de movimiento" a una persona no relacionada con la ingeniería hidráulica?	%
Completamente	14
Aproximadamente	60
No	26

D. ¿Cómo ha resuelto problemas que involucren al concepto de "cantidad de movimiento"?	%
Eficazmente	25
Aproximadamente	61
No he resuelto ninguno	10
No se me ha presentado ningún problema	4

E. ¿Qué es la "cantidad de movimiento"?	%
El producto de la densidad del agua por el gasto o caudal	30
Un número que representa un fenómeno	2
La cantidad de masa que se desplaza	48
Ninguna de las anteriores	4
Nunca lo he sabido	6
Otra opción	10

La mayoría de los alumnos opinan que la cantidad de movimiento es *la cantidad de masa que se desplaza* (48%). Ver Tabla 2-1. Se advierte que no se tiene una adecuada comprensión conceptual de los diferentes términos. Otra importante observación se refiere a la gran diversidad de respuestas proporcionadas por los encuestados. Sin poner demasiada importancia a cuál es la mejor o más correcta de las respuestas, ya el hecho mismo de tener variadas y diferentes, implica un problema en la enseñanza y aprendizaje de la materia.

Para el caso de verificar el entendimiento de la ecuación de la energía se aplicaron cuatro preguntas. Observando la Tabla 2-2, en la pregunta C, sobre la definición de energía cinética, se obtuvo una gran tendencia a definirla simplemente como *la energía de la velocidad*; que bien podría ser sinónimo de la pregunta, y un sinónimo no es una definición.

Tabla 2-2. Resultados de preguntas relacionadas con la ecuación de la Energía

A. ¿Recuerda la fórmula de la "Energía"?	%
Completamente	64
Aproximadamente	29
Muy poco	7

B. ¿Cómo define la energía potencial?	%
Es la altura del agua	36
Capacidad del agua para realizar un trabajo	44
No sé cómo definirla	8
Otra opción	12

C. ¿Cómo define la energía cinética?	%
Es la energía de la velocidad	50
Capacidad del agua para realizar un trabajo por virtud del escurrimiento	31
Ninguna de las anteriores	13
Otra opción	7

D. ¿Cómo podría explicar a una persona no relacionada con la ingeniería el concepto de "energía crítica" sin utilizar fórmulas?	%
De manera sencilla	20
De cualquier manera	4
No sabría explicarla	37
Con un ejemplo	39

La respuesta de “ninguna de las anteriores” u “otra opción” representan un 13%, correspondiente a 7 respuestas de alumnos. Cuatro son muy parecidas a las ya incluidas, uno no contestó y dos tienen las siguientes respuestas: (a) “es la energía que se obtiene por el movimiento del cuerpo en cuestión, es la relación existente entre la velocidad adquirida y la aceleración a la que está inmerso, dicho cuerpo en movimiento” y (b) “es la forma de acelerar un cuerpo ya sea por medio de un empuje o caída para darle velocidad a un fluido”. El resultado de las respuestas a la pregunta D, de esta misma Tabla 2-2, es interesante, ya que se pregunta sobre cómo se explicaría el concepto de “energía crítica” a una persona no relacionada con la hidráulica, se tiene un alto porcentaje que no sabría cómo (37%) y otro porcentaje alto (39%) lo haría con un ejemplo, sin embargo, no se indica cómo sería tal ejemplo.

Tabla 2-3. Resultados de dos preguntas relacionadas con la ecuación de continuidad

A. ¿Recuerda la ecuación de continuidad?	%
Totalmente	75
Aproximadamente	21
No me acuerdo	4

B. El concepto de "gasto" o "caudal" lo comprendo de manera:	%
Clara	94
Confusa o no lo entiendo	6

Para verificar el entendimiento de la ecuación de continuidad, se hicieron pocas preguntas, por considerar que es más sencilla que las otras, sin embargo, a pesar de su sencillez, se reportaron alumnos que no recuerdan la ecuación, o que la recuerdan aproximadamente (Tabla 2-3, pregunta A); y aun a pesar de que el concepto de caudal o gasto, debería considerarse sencillo, al menos 6% de los alumnos no lo entienden o lo hacen de manera confusa.

Las preguntas y sus correspondientes respuestas acusan una oportunidad de mejora en la manera de enseñar la materia de hidráulica, al menos en lo que respecta a la hidráulica básica.

3 Objetivo y metodología de la propuesta doctoral

En vista de lo presentado en los capítulos previos, donde se aprecia claramente una oportunidad de mejora en la forma de enseñar la hidráulica en las clases de licenciatura, se presenta, consecuentemente, la propuesta doctoral y los medios a utilizar; es decir, se describe lo que se quiere lograr y cómo se procede para ello.

3.1 Objetivo de la investigación

La intención más incluyente que puede proponerse es *contribuir al mejoramiento de la enseñanza de la hidráulica en las clases de licenciatura por medio de nuevo material didáctico*. Tal es el objetivo superior al que se aspira. Los medios y caminos para lograrlo, forman parte de la metodología en seguida mencionada.

3.2 Metodología

Se advierte que no se tratará de la concepción etimológica del término, que es *el estudio de los métodos*; más bien se usará en su acepción semántica de “pasos para lograr un objetivo”.

Adicionalmente, tres aclaraciones son pertinentes: (a) no se incluye la programación de las actividades de la encuesta original, dado que se realizaron antes de la inscripción del tema a un sistema escolarizado (pero sí se utilizan sus resultados) y (b) por efecto del desarrollo propio de la investigación se realizaron modificaciones a la metodología propuesta en el protocolo de investigación.

Las etapas y procesos de la investigación doctoral se enlistan a continuación.

- a) Adecuaciones y análisis adicionales a la encuesta original
- b) Búsqueda de las causas del bajo aprovechamiento
- c) Estado del conocimiento: propuestas de mejora a la enseñanza de la hidráulica
- d) Soporte didáctico de la investigación
- e) Desarrollo del material didáctico
- f) Aplicación de la nueva didáctica
- g) Análisis de resultados

Por parte del comité doctoral, se recomendó realizar algunas acciones adicionales a la encuesta original en aras de lograr mayor rigor y soporte a la investigación. Posteriormente se indagó sobre las causas que pudiesen motivar el bajo aprovechamiento de los alumnos y simultáneamente se revisó el estado del conocimiento con la intención de averiguar si el tema habría sido tratado por otros investigadores y si presentaban propuestas interesantes que pudiesen apoyar la intención doctoral.

El doctor en pedagogía Víctor Alejandro Sainz Zamora, quien fue director de tesis en un inicio, sugirió un acercamiento a dicha disciplina para apoyar la pretendida mejora, ya que resultaba lógico acercarse a teorías didácticas si las aspiraciones son, precisamente, didácticas. Con apoyo de estas estrategias didácticas y los contenidos de la hidráulica, se generó un nuevo material

didáctico y se realizaron experimentos con grupos de alumnos. Finalmente se recopiló información de dichos experimentos, se analizó y se elaboraron conclusiones y recomendaciones.

Los capítulos siguientes dan cuenta detalladamente de cada una de las acciones enlistadas anteriormente.

4 Adecuaciones y análisis adicionales a la encuesta original

Por recomendación de comité doctoral se hicieron las actividades siguientes, en relación con la encuesta original:

- a) Aumento del número de encuestas
- b) Análisis de la confiabilidad
- c) Asignación de calificación

El número inicial de encuestas era de 49; este número se consideró bajo y se recomendó por parte del comité aumentar la cantidad, se aplicaron 59 encuestas adicionales para lograr un total de 99. Se hizo el ejercicio de analizar las tendencias de los porcentajes para detectar si aún era un bajo número. Las tablas siguientes muestran los resultados.

Tabla 4-1. Tendencias de los porcentajes en los resultados de la encuesta a alumnos

Preguntas y respuestas		Número de encuestas consideradas							
1	1. Mis calificaciones en Hidráulica Básica o fundamental fueron:	20	30	40	54	69	80	90	99
1a	Excelentes	4%	9%	7%	9%	10%	10%	9%	8%
1b	Buenas	37%	38%	40%	38%	43%	42%	38%	37%
1c	Regulares	56%	50%	45%	46%	42%	40%	37%	35%
1d	Malas	4%	3%	7%	7%	6%	8%	17%	20%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
2	2. Mis calificaciones en otras materias relacionadas con la hidráulica fueron								
2a	Excelentes	11%	9%	10%	11%	10%	9%	9%	9%
2b	Buenas	48%	56%	57%	61%	62%	63%	51%	47%
2c	Regulares	37%	32%	31%	27%	27%	27%	24%	26%
2d	Malas	4%	3%	2%	2%	1%	1%	2%	2%
2e	No tuve esas materias	0%	0%	0%	0%	0%	0%	14%	17%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
3	3. Mi maestro de Hidráulica Básica o fundamental fue								
3a	Excelente	4%	9%	10%	9%	14%	13%	12%	13%
3b	Bueno	56%	50%	53%	52%	54%	57%	53%	52%
3c	Regular	28%	31%	28%	27%	23%	21%	24%	24%
3d	Malo	12%	9%	10%	13%	10%	9%	11%	11%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
4	4. Los conceptos fundamentales de la Hidráulica son:								
4a	Las ecuaciones de la energía cantidad de movimiento y continuidad	52%	44%	45%	41%	44%	47%	49%	52%
4b	Los conceptos de la Hidrostática e Hidrodinámica	37%	47%	45%	47%	45%	40%	38%	37%
4c	No es lo mismo "concepto" que ecuación	11%	9%	7%	9%	8%	9%	8%	7%
4d	No hay tales conceptos fundamentales	0%	0%	2%	3%	3%	2%	2%	2%
4e	Otra opción	0%	0%	0%	0%	0%	1%	2%	2%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
5	5. ¿Recuerda la fórmula de la "cantidad de movimiento"?								
5a	Totalmente	44%	41%	38%	33%	31%	32%	30%	32%
5b	Aproximadamente	36%	38%	43%	50%	50%	51%	53%	52%

Preguntas y respuestas		Número de encuestas consideradas							
5c	No	20%	22%	20%	17%	19%	17%	18%	16%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
6	6. ¿Entiende el concepto de "cantidad de movimiento"?								
6a	Completamente	12%	9%	13%	11%	16%	15%	13%	16%
6b	Aproximadamente	84%	84%	80%	81%	74%	76%	76%	74%
6c	Nada	4%	6%	8%	7%	10%	9%	10%	9%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
7	7. ¿Sería capaz de explicar el concepto de "cantidad de movimiento" a una persona no relacionada con la ingeniería hidráulica?								
7a	Completamente	16%	13%	15%	11%	15%	14%	13%	14%
7b	Aproximadamente	60%	63%	63%	59%	56%	61%	60%	60%
7c	No	24%	25%	23%	30%	29%	25%	27%	26%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
8	8. ¿Cómo ha resuelto problemas que involucren al concepto de "cantidad de movimiento"?								
8a	Eficazmente	23%	18%	24%	21%	21%	22%	23%	25%
8b	Aproximadamente	65%	67%	63%	66%	65%	66%	63%	61%
8c	No he resuelto ninguno	8%	9%	7%	7%	8%	7%	10%	10%
8d	No se me ha presentado ningún problema	4%	6%	5%	5%	6%	5%	4%	4%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
9	9. ¿Qué es la "cantidad de movimiento"?								
9a	El producto de la densidad del agua por el gasto o caudal	19%	17%	19%	19%	19%	26%	29%	30%
9b	Un número que representa un fenómeno	4%	3%	2%	3%	3%	3%	2%	2%
9c	La cantidad de masa que se desplaza	63%	63%	64%	59%	58%	54%	48%	48%
9f	Ninguna de las anteriores	4%	3%	2%	3%	4%	4%	4%	4%
9i	Nunca lo he sabido	0%	3%	2%	2%	3%	3%	5%	6%
9j	Otra opción	11%	11%	10%	14%	13%	11%	11%	10%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
10	10. ¿Recuerda la fórmula de la "Energía"?								
10a	Completamente	65%	58%	56%	62%	61%	64%	64%	64%
10b	Aproximadamente	27%	33%	37%	31%	33%	30%	29%	29%
10c	Muy poco	8%	9%	7%	7%	6%	6%	8%	7%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
11	11. ¿Cómo define la energía potencial?								
11a	Es la altura del agua	31%	30%	34%	31%	35%	40%	38%	36%
11b	Capacidad del agua para realizar un trabajo	50%	52%	49%	47%	43%	41%	43%	44%
11e	No sé cómo definirla	12%	9%	10%	10%	8%	7%	6%	8%
11f	Otra opción	8%	9%	7%	12%	14%	12%	13%	12%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
12	12. ¿Cómo define la energía cinética?								
12a	Es la energía de la velocidad	58%	55%	53%	55%	49%	49%	49%	50%
12c	Capacidad del agua para realizar un trabajo por virtud del escurrimiento	29%	26%	30%	31%	32%	32%	32%	31%
12d	Ninguna de las anteriores	0%	6%	8%	5%	12%	11%	12%	11%
12e	Otra opción	13%	13%	10%	9%	7%	7%	8%	7%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	98%
13	13. ¿Cómo podría explicar a una persona no relacionada con la ingeniería el concepto de "energía crítica" sin utilizar fórmulas?								
13a	De manera sencilla	25%	19%	21%	17%	22%	23%	23%	20%
13c	De cualquier manera	4%	3%	5%	7%	6%	5%	5%	4%
13d	No sabría explicarla	17%	16%	18%	24%	25%	27%	31%	37%

Preguntas y respuestas		Número de encuestas consideradas							
13e	Con un ejemplo	54%	61%	56%	52%	47%	45%	42%	39%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
14	14. ¿Recuerda la ecuación de continuidad?								
14a	Totalmente	83%	81%	77%	79%	79%	81%	76%	75%
14b	Aproximadamente	13%	16%	21%	19%	18%	16%	19%	21%
14c	No me acuerdo	4%	3%	3%	2%	3%	3%	4%	4%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
15	15. El concepto de "gasto" o "caudal" lo comprendo de manera:								
15a	Clara	100%	100%	100%	100%	100%	100%	96%	94%
15b	Confusa o no lo entiendo	0%	0%	0%	0%	0%	0%	4%	6%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
16	16. En el diseño de un puente-canal rectangular que servirá para navegación ¿cómo se considera el peso de los barcos? El canal medirá 2 m de profundidad 8 m de ancho y pasará un barco a la vez de una tonelada de peso.								
16a	Se considera una tonelada concentrada al centro de la longitud del canal	12%	9%	7%	7%	6%	10%	13%	13%
16b	Una tonelada repartida en toda la longitud del puente-canal	12%	15%	14%	12%	12%	10%	9%	10%
16c	El peso del volumen de agua que desplaza el barco, considerando la longitud del puente-canal	48%	52%	57%	58%	59%	58%	57%	54%
16d	No se considera	16%	15%	14%	12%	12%	10%	9%	8%
16e	No sé	12%	9%	7%	11%	12%	13%	12%	15%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
17	17. Considere el siguiente caso hipotético: se tiene un tanque de 10 m de altura y carga constante; conectado a éste se tiene un conducto de PVC de 2 pulgadas de diámetro con una longitud de 100 km y pendiente cero. La temperatura es tal que el agua no se evapora, ni se congela. El comportamiento del flujo a la salida del conducto es el siguiente:								
17a	El agua nunca llega a la salida	39%	33%	38%	32%	28%	28%	26%	24%
17b	Eventualmente llegan a salir unas cuantas gotas	21%	17%	13%	10%	8%	7%	6%	6%
17c	Se establece un gasto de salida de unos cuantos litros	11%	14%	18%	15%	15%	14%	13%	12%
17d	Según las fórmulas correspondientes sale un gasto de (se indicó una magnitud):	0%	3%	2%	8%	8%	7%	6%	6%
17e	No sé, pero se puede resolver con las fórmulas adecuadas	14%	17%	16%	23%	29%	28%	25%	24%
17f	No sé, pero me da la impresión de que las fórmulas derivadas de la ecuación de la energía no sirven para el ejemplo	4%	6%	4%	3%	3%	4%	5%	5%
17h	No sé, no intenté resolverlo	4%	3%	2%	2%	1%	4%	9%	14%
17i	Otra opción	7%	8%	7%	8%	8%	8%	10%	11%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
18	18. Una persona que tiene encima un tanque cilíndrico lleno de agua de 2 m de diámetro, 5 m de altura y peso propio de 100 kg, sufrirá severas lesiones ¿porqué no pasa lo mismo con una persona capacitada sumergida en el agua a una profundidad de 5 m?								
18a	Porque la persona en el agua también tiene presión por debajo de ella	16%	15%	14%	11%	9%	13%	18%	18%
18b	Porque el agua pesa más en el tanque que en el cuerpo de agua donde está sumergida la persona	8%	12%	14%	10%	11%	11%	11%	10%
18c	Porque el peso del agua se reparte sobre todo el cuerpo de la persona que está sumergida	12%	9%	12%	8%	12%	11%	11%	12%
18d	Se presentó el cálculo de peso del tanque y de la presión sobre la persona	8%	6%	5%	8%	7%	6%	5%	5%

Preguntas y respuestas		Número de encuestas consideradas							
18e	Porque no es lo mismo peso que presión	40%	42%	42%	48%	46%	41%	37%	35%
18g	No sé	8%	6%	7%	5%	7%	7%	7%	9%
18h	Otra opción	8%	9%	7%	10%	8%	11%	11%	12%
Total		100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%

Como puede observarse, los porcentajes se mantienen muy parecidos; esto hace suponer que un aumento en el número de encuestas no afectará significativamente la tendencia de los porcentajes.

También se consideró calificar numéricamente los resultados. Como primer paso se determinaron las mejores respuestas para cada pregunta. En seguida se realiza y presenta este ejercicio. Las mejores respuestas se subrayan y se presenta una justificación si se considera necesaria.

Tabla 4-2. Selección y justificación de las mejores respuestas a la encuesta

Preguntas y respuestas		Selección de la mejor respuesta y justificación
1	Mis calificaciones en Hidráulica Básica o fundamental fueron: a) <u>Excelentes</u> b) Buenas c) Regulares d) Malas	La mejor respuesta será, obviamente el inciso a: excelentes.
2	Mis calificaciones en otras materias relacionadas con la hidráulica fueron: a) <u>Excelentes</u> b) Buenas c) Regulares d) Malas	La misma opción anterior
3	Mi maestro de Hidráulica Básica o fundamental fue: a) <u>Excelente</u> b) Bueno c) Regular d) Malo	La misma opción anterior
4	Los conceptos fundamentales de la Hidráulica son: a) Las ecuaciones de la energía cantidad de movimiento y continuidad b) Los conceptos de la Hidrostática e Hidrodinámica c) No es lo mismo "concepto" que ecuación d) <u>No hay tales conceptos fundamentales</u> e) Otra opción	Esto es debatible, pero los conceptos fundamentales de la hidráulica son los que <i>dan fundamento</i> y dichos conceptos son: el concepto de presión, el principio de conservación y la segunda ley de Newton. Ninguno es parte del cuerpo de conocimiento exclusivo de la hidráulica.
5	¿Recuerda la fórmula de la "cantidad de movimiento"? a) <u>Totalmente</u> b) Aproximadamente c) No	Lo mejor es que los alumnos recuerden totalmente la fórmula.
6	¿Entiende el concepto de "cantidad de movimiento"? a) <u>Completamente</u> b) Aproximadamente c) Nada	Lo mejor es que los alumnos entiendan totalmente la fórmula.
7	¿Sería capaz de explicar el concepto de "cantidad de movimiento" a una persona no relacionada con la ingeniería hidráulica? a) <u>Completamente</u> b) Aproximadamente c) No	Lo mejor es que los alumnos sean capaces de realizar completamente tal explicación.
8	¿Cómo ha resuelto problemas que involucren al concepto de "cantidad de movimiento"?	Lo mejor es que los alumnos resuelvan eficazmente los problemas.

Preguntas y respuestas		Selección de la mejor respuesta y justificación
	a) <u>Eficazmente</u> b) Aproximadamente c) No he resuelto ninguno d) No se me ha presentado ningún problema	
9	¿Qué es la "cantidad de movimiento"?	Aunque se reconoce que ninguna respuesta es totalmente correcta, la primera es la mejor, puesto que así se calcula en hidráulica la cantidad de movimiento.
	a) <u>El producto de la densidad del agua por el gasto o caudal</u> b) Un número que representa un fenómeno c) La cantidad de masa que se desplaza d) Ninguna de las anteriores e) Nunca lo he sabido f) Otra opción	
10	¿Recuerda la fórmula de la "Energía" en hidráulica?	Lo mejor es que los alumnos recuerden completamente la fórmula.
	a) <u>Completamente</u> b) Aproximadamente c) Muy poco	
11	¿Cómo define la energía potencial?	Aunque se reconoce que ninguna respuesta es totalmente correcta, la primera es la mejor, puesto que así se considera en hidráulica la energía potencial.
	a) Es la altura del agua b) Capacidad del agua para realizar un trabajo c) No sé cómo definirla d) Otra opción	
12	¿Cómo define la energía cinética?	La opción b, es la mejor respuesta.
	a) Es la energía de la velocidad b) <u>Capacidad del agua para realizar un trabajo por virtud del escurrimiento</u> c) Ninguna de las anteriores d) Otra opción	
13	¿Cómo podría explicar a una persona no relacionada con la ingeniería el concepto de "energía crítica" sin utilizar fórmulas?	Un alumno que entienda bien el concepto podría explicarlo fácilmente a una persona no relacionada con la ingeniería.
	a) <u>De manera sencilla</u> b) De cualquier manera c) No sabría explicarla d) Con un ejemplo	
14	¿Recuerda la ecuación de continuidad?	Lo mejor es que los alumnos recuerden totalmente la ecuación.
	a) <u>Totalmente</u> b) Aproximadamente c) No me acuerdo	
15	El concepto de "gasto" o "caudal" lo comprendo de manera:	Lo mejor es que los alumnos entiendan claramente la ecuación.
	a) <u>Clara</u> b) Aproximada c) Confusa d) No la entiendo	
16	En el diseño de un puente-canal rectangular que servirá para navegación ¿cómo se considera el peso de los barcos? El canal medirá 2 m de profundidad 8 m de ancho y pasará un barco a la vez de una tonelada de peso.	Se consideran correctas las opciones c y d, ya que al sumergir un cuerpo en el agua, éste desplaza una cierta cantidad. Si el canal fuese de algunos kilómetros, lo que es lo más razonable, la sobre elevación del agua sería imperceptible, como de hecho lo es, y para cálculos no es necesario considerarla.
	a) Se considera una tonelada concentrada al centro de la longitud del canal b) Una tonelada repartida en toda la longitud del puente-canal c) <u>El peso del volumen de agua que desplaza el barco, considerando la longitud del puente-canal</u> d) <u>No se considera</u> e) No sé	
17	Considere el siguiente caso hipotético: se tiene un tanque de 10 m de altura y carga constante; conectado a éste se tiene un conducto de PVC de 2 pulgadas de diámetro con una longitud de 100 km y pendiente cero. La temperatura es tal que el agua no se evapora, ni se congela. El comportamiento del flujo a la salida del conducto es el siguiente:	Una persona con conocimientos de hidráulica claros y amplios realizaría los cálculos. Como de hecho así pasó. Seis personas lo hicieron.

Preguntas y respuestas		Selección de la mejor respuesta y justificación
a) El agua nunca llega a la salida b) Eventualmente llegan a salir unas cuantas gotas c) Se establece un gasto de salida de unos cuantos litros d) <u>Según las fórmulas correspondientes sale un gasto de (se indicó una magnitud):</u> e) No sé, pero se puede resolver con las fórmulas adecuadas f) No sé, pero me da la impresión de que las fórmulas derivadas de la ecuación de la energía no sirven para el ejemplo g) No sé, no intenté resolverlo h) Otra opción		
18 Una persona que tiene encima un tanque cilíndrico lleno de agua de 2 m de diámetro, 5 m de altura y peso propio de 100 kg, sufrirá severas lesiones ¿porqué no pasa lo mismo con una persona capacitada sumergida en el agua a una profundidad de 5 m?		La mejor respuesta es la opción <i>c</i> , dado que una persona bajo un tanque recibe el peso del mismo y una persona recibe presión, es decir, el peso del agua repartido en toda la superficie de su cuerpo. Es un caso muy parecido al de la cama de clavos.
a) Porque la persona en el agua también tiene presión por debajo de ella b) Porque el agua pesa más en el tanque que en el cuerpo de agua donde está sumergida la persona c) Porque el peso del agua se reparte sobre todo el cuerpo de la persona que está sumergida d) Se presentó el cálculo de peso del tanque y de la presión sobre la persona e) Porque no es lo mismo peso que presión f) No sé g) Otra opción		

Los resultados de este ejercicio fueron impactantes y se presentan en la Figura 4-1. El promedio de es de 2.45, el valor máximo es de 5.45 e incluso, se presenta dos valores de cero; la desviación estándar es de 1.06.

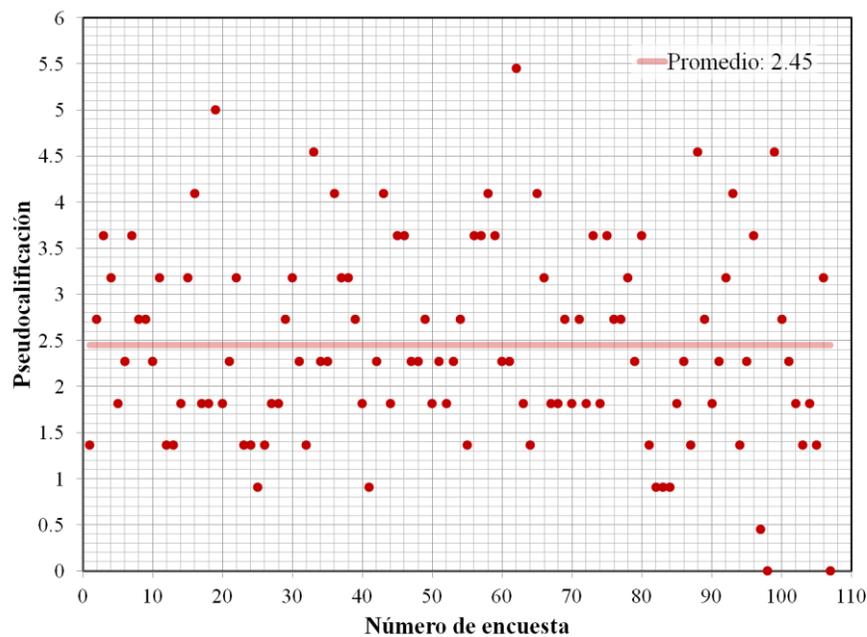


Figura 4-1. Calificaciones en las encuestas

En vista de lo anterior se asume lo siguiente:

- Los alumnos obtienen bajas calificación en las materias de hidráulica y materias relacionadas.
- Los alumnos tienen inadecuada comprensión de los conceptos y consecuentemente, no son capaces de explicarlos.
- Los alumnos no relacionan los conceptos con los problemas.

5 Causas de la baja comprensión por parte de los alumnos

La situación anterior hacía evidente que algo no está funcionando correctamente en el proceso enseñanza aprendizaje de la materia de hidráulica. Como una primera acción se consideró conveniente revisar los contenidos de la materia que se dan en las escuelas donde se imparte dicha materia; suponiendo que los contenidos están mal planteados

5.1 Planteamientos inconvenientes en los contenidos de los libros de hidráulica

Se realizó una búsqueda en internet, de las escuelas o entidades educativas en general, donde se imparte la materia y posteriormente recolectar los contenidos de la materia, de aquellos portales donde fuera posible hacerlo. Se visitaron tres sitios: (a) el portal web de la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior ANUIES; (b) El Sistema Nacional de Institutos Tecnológicos SNIT y (c) “Altillo.com El Portal de los Estudiantes”.

Respecto a la ANUIES (www.anui.es.mx) se puede decir que esta asociación fundada en 1950, ha participado en la formulación de programas, planes y políticas nacionales, así como en la creación de organismos orientados al desarrollo de la educación superior mexicana. La ANUIES es una asociación no gubernamental, de carácter plural, que agremia a las principales instituciones de educación superior del país, cuyo común denominador es su voluntad para promover su mejoramiento integral en los campos de la docencia, la investigación y la extensión de la cultura y los servicios. La asociación está conformada por 180 universidades e instituciones de educación superior, tanto públicas como particulares de todo el país.

El SNIT (www.snit.mx) es un organismo dependiente de la Secretaría de Educación Pública, máxima entidad gubernamental encargada de la educación en el país. Está constituido por 263 instituciones, de las cuales 126 son Institutos Tecnológicos Federales, 131 Institutos Tecnológicos Descentralizados, cuatro Centros Regionales de Optimización y Desarrollo de Equipo, un Centro Interdisciplinario de Investigación y Docencia en Educación Técnica y un Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico. En estas instituciones, el SNIT atiende a una población escolar de 491,165 estudiantes en licenciatura y posgrado en todo el territorio nacional, incluido el Distrito Federal.

El último sitio visitado fue un sitio de la iniciativa privada, de intenciones netamente comerciales, pero con un listado amplio de escuelas, universidades e institutos. Se trata del sitio “Altillo.com El Portal de los Estudiantes” y su dirección es www.altillo.com.

Como se puede observar en la Tabla 5-1, se consultaron un total de 1355 instituciones. Las escuelas de la ANUIES tenían en funcionamiento su sitio web en un porcentaje de 92%, mientras que los institutos del SNIT sólo tenían un 75% de funcionamiento en su portal; y las universidades privadas consultadas en el sitio “Altillo.com” sólo tenían en funcionamiento el sitio web en un 66%. Otro aspecto interesante fue que sólo un 11%, del total de escuelas consideradas, tienen alguna carrera en la que se imparte la materia de hidráulica. La mayoría de carreras en las que se imparte hidráulica es la carrera de Ingeniería Civil, pero también se encontraron otras carreras en las que se imparte esta materia (Ingeniería Civil y Administración, Ingeniería en Topografía e Hidrología, Ingeniería en Geomática e Hidráulica e Ingeniero Civil para la dirección e Ingeniería en Agronomía e Hidrología). El dato más importante de todos, dada

la intención de la búsqueda fue el número de retículas que fue posible obtener, se pudieron recopilar un total de 40 retículas, este número representa el 36.4% del total de escuelas en las que se imparte la materia de Hidráulica.

Tabla 5-1. Resultados de la búsqueda de la “retícula” de Hidráulica

Instituciones analizadas		Funciona el sitio WEB		Tiene carrera en la que se da Hidráulica		Ingeniería Civil		Agronomía o similares		Otra carrera ³		Se obtuvo temario	
		Núm.	%	Núm.	%	Núm.	%	Núm.	%	Núm.	%	Núm.	%
Fuente	Número												
ANUIES	179	165	92	66	40	60	91	2	3	4	6	19	28.8
SNIT	195	146	75	39	27	26	67	12	31	1	3	21	53.8
Alttillo.com	981	650	66	5	1	5	100	0	0	0	0	0	0.0
Total	1355	961	71	110	11	91	83	14	13	5	5	40	36.4

Al revisar los contenidos de las retículas se encontró una gran similitud con los primeros cuatro capítulos del libro Hidráulica General Volumen I Fundamentos (Sotelo, 1999). Dichos capítulos son:

- Capítulo 1: Propiedades de los fluidos
- Capítulo 2: Hidrostática
- Capítulo 3: Cinemática de los líquidos
- Capítulo 4: Ecuaciones fundamentales de la hidráulica

Para hacer evidente la semejanza, se analizaron los contenidos de las retículas y algunos datos relacionados. El análisis se resume en la Tabla 5-2: por ejemplo, se encontró que muchas escuelas tienen la misma retícula, sobre todo los Institutos Tecnológicos, dado que al pertenecer a la Secretaría de Educación Pública (SEP) se han organizado en congresos y convenciones en los que se ponen de acuerdo y obtienen una retícula única, misma que algunas universidades, sin pertenecer al sistema de tecnológicos adoptan; la clave de dicha retícula es ICG 1018. De las 40 retículas que se obtuvieron, 29 tienen esta clave; otras cinco escuelas tienen una retícula igual pero con clave CIC 0519. Estas dos retículas son exactamente iguales aunque tenga diferente clave.

La misma Tabla 5-2 debe interpretarse como sigue: en aquellas celdas donde aparezca la unidad (1), se debe entender que el tema o subcapítulo tiene el mismo nombre en la retícula de la materia que en el libro de Sotelo. El *coeficientes de semejanza* se calculó con la ecuación (5-1); donde *CS* es el Coeficiente de Semejanza; *I* es el número de temas del capítulo que son iguales en el libro y en el plan de estudios y *T*, es el número total de temas del capítulo.

$$CS = \frac{I}{T} \quad (5-1)$$

Por lo tanto, donde aparezca la unidad (1) quiere decir que la semejanza entre la retícula de la escuela y el libro es total y conforme se tenga un número fraccionario, el grado de semejanza disminuye, por ejemplo si se tiene 0.5, se debe considerar que la mitad de los contenidos de la retícula son iguales que los del libro; una fracción menor significa que se tiene menor semejanza;

Tabla 5-2. Comparación de las retículas con el contenido del libro Hidráulica de Sotelo

Capítulos y subcapítulos		Retícula ICG 1018 (29 escuelas)	Retícula CIC 0519 (5 escuelas)	Otras claves					
				UNAM FI	UNAM Acatlán	UA Chihuahua	UA Nuevo León	UA Colima	UA San Luis Potosí
1. Propiedades de los fluidos	Densidad	1	1	1	1	1	1	1	1
	Peso específico	1	1	1	1	1	1	1	1
	Tensión superficial	1	1	1	1	1	1	1	1
	Viscosidad	1	1	1	1	1	1	1	1
	Módulo de elasticidad volumétrica o Compresibilidad	1	1	1	1	1			
	Presión de vaporización	1	1	1	1	1			
	Capilaridad	1	1	1	1	1			
	<i>Coefficiente de semejanza respecto al temario de Sotelo</i>	1	1	1	1	1	0.57	0.57	0.57
2. Hidrostática	Ecuaciones básicas de la estática de los fluidos.	1	1	1	1	1	1		1
	Distribución de presión	1	1	1	1	1	1	1	1
	Dispositivos de medición	1	1	1		1	1	1	1
	Resultante de la cuña de presiones.	1	1				1		
	Centro de presiones	1	1				1		
	Empujes en superficies planas y curvas.	1	1	1	1	1	1	1	1
	Principio de Arquímedes.	1	1	1		1			
	Condiciones de equilibrio de cuerpos en flotación.	1	1	1			1		1
<i>Coefficiente de semejanza respecto al temario de Sotelo</i>	1	1	0.75	0.38	0.63	0.88	0.38	0.63	
3. Cinemática de los líquidos	Campos vectoriales	1	1	1		1	1	1	1
	Velocidad	1	1	1	1	1	1		1
	Aceleración y rotación	1	1	1		1	1		1
	Definición y clasificación de flujos	1	1	1	1	1	1	1	1
	Línea de corriente	1	1	1	1	1	1	1	1
	Trayectoria y vena líquida	1	1	1	1	1	1	1	1
<i>Coefficiente de semejanza respecto al temario de Sotelo</i>	1	1	1	0.67	1	1	0.67	1	
4. Ecuaciones fundamentales	Ecuación general de continuidad.	1	1		1		1	1	1
	Ecuación del gasto.	1	1	1	1	1	1		
	Ecuación de la energía y solución para una vena líquida.	1	1	1	1	1	1	1	1
	Gradiente de energía y gradiente hidráulico	1	1				1		
	Conservación del impulso y cantidad de Movimiento.	1	1	1	1	1	1	1	1
	<i>Coefficiente de semejanza respecto al temario de Sotelo</i>	1	1	0.50	0.67	0.50	1.00	0.50	0.50

De las 40 retículas recuperadas, puede observarse que 34 son exactamente iguales a los contenidos de los primeros cuatro capítulos del libro del Dr. Sotelo. Estas 34 retículas corresponden a 29 escuelas con retícula ICG 1018 más 5 escuelas con retícula CIC 0519, que como ya se mencionó, son iguales. El resto de las escuelas que tienen retículas diferentes, con diversas claves, tienen coeficientes de semejanza que se mantienen entre 0.5 y 0.8, con excepción de la retícula de las Universidades UNAM y de Colima que presentan los coeficientes más bajos.

5.2 Revisión de contenido en libros de hidráulica.

La búsqueda de las retículas de la materia de hidráulica y su comparación con los contenidos del libro del Dr. Sotelo, indica que la semejanza es total en 29 de los 40 casos analizados. Si se realiza una investigación para indagar sobre las causas de la baja comprensión de los conceptos fundamentales de la hidráulica por parte de alumnos que recibieron esta materia, resulta natural

considerar que entre las razones de la mencionada baja comprensión alguna relación podría tener el uso del libro del Dr. Sotelo. También se consideró adecuado revisar otros textos.

En la revisión de varios libros de hidráulica (Sotelo, 1996; Nekrasov, 1966; Trueba, 1961; King et al, 1989 y Arteaga, 1999). Se encontró que la presentación de los textos y figuras no muestran una clara ni consistente intención didáctica enfocada a una mejor comprensión de los contenidos.

En el libro de Sotelo, que por mucho es el que muestra más cantidad de material, se puede advertir el cuidado en la deducción de dicha ecuaciones a partir de principios y leyes básicas por medio del rigor en el uso de conceptos auxiliares físicos (tales como la densidad o la viscosidad) y del uso de herramientas matemáticas, también auxiliares. De esta manera se obtienen ecuaciones de uso cotidiano en la hidráulica, pero se encuentra poca o nula preocupación por parte del autor para que el lector comprenda mejor los fenómenos reales a los que necesariamente se refieren las ecuaciones.

Otro libro que tiene una cobertura parecida a la de Sotelo, es el libro ruso de Nekrazov que incluso presenta anexos de deducciones matemáticas de las ecuaciones, pero no presenta la ecuación de cantidad de movimiento. De igual manera que el libro de Sotelo, Nekrazov presenta la deducción de las ecuaciones de energía y continuidad de una manera rigurosa pero poco didáctica. ¿Será que los autores piensan que una deducción pulcra de las ecuaciones involucra, de alguna manera, una mejor comprensión del *concepto* al que se refieren?

Un tercer libro analizado es el del ingeniero Samuel Trueba Coronel. Este libro tiene un enfoque marcadamente “ingenieril”, no considera la ecuación de cantidad de movimiento y no presenta ninguna deducción de la ecuación de continuidad; únicamente contempla una deducción simplificada de la ecuación de la energía. Comparando la deducción de la ecuación de la energía que presenta Sotelo con la presentada por Trueba, se encontrará que el tratamiento matemático de Sotelo es sustancialmente superior al de Trueba; sin embargo, Trueba sí presenta una breve explicación simplificada en la que compara el desalojo de agua en un tubo imaginario con el movimiento de una pila de ladrillos con una intención claramente didáctica. También se presenta una explicación de cada uno de los componentes de la ecuación de la energía (potencial, de velocidad y de presión). Por ahora no se califica la eficiencia de la intención, únicamente se enfatiza la presencia de la misma.

Un cuarto libro revisado es de King (1989), en el cual tampoco se presenta la ecuación de cantidad de movimiento; las ecuaciones de gasto y energía se presentan sin deducción, pero las componentes de la ecuación de la energía sí tienen una explicación desde un punto de vista mecánico; es de decir, desde la Mecánica como parte de la Física.

El último libro revisado se denomina “Hidráulica Elemental”, el autor es el doctor Eduardo Arteaga. En este libro tampoco se presenta la deducción de la ecuación del gasto ni de la ecuación de continuidad y únicamente se presenta una breve explicación de cómo se debe obtener la ecuación de la energía. En este libro se contempla la ecuación de cantidad de movimiento y aunque se presenta una deducción muy simplificada, se muestra una explicación del concepto apoyándose en el ejemplo de un tanque colgado que descarga agua por una válvula colocada en su parte más baja. Otra vez se encuentra un intento didáctico en este caso.

En resumen de las dos actividades anteriores, es posible afirmar los contenidos de la materia de hidráulica básica se toman de los libros y que dichos contenidos presentan una gran oportunidad de mejora.

5.3 Las prácticas de hidráulica

Otra posible causa de la baja comprensión de los conceptos de la hidráulica son las prácticas de laboratorio. Con esta idea en mente se recopiló algunas prácticas y manuales de laboratorio y no se encontró la razón explícita o el motivo por el cual se tienen las prácticas. Pudiera ser que se realizan para apoyar lo visto en clase o bien, para preparar a los alumnos en su formación profesional, o bien cualquier otro objetivo. Por otro lado, no se observa mucha armonía entre los contenidos de la materia que se imparte en el salón de clases con las actividades realizadas en el laboratorio. Otro aspecto es la insuficiencia de prácticas de laboratorio relacionadas con los contenidos fundamentales de la materia (presión, continuidad, energía y cantidad de movimiento) así como escaso e inexistente tratamiento de los conocimientos que los alumnos ya debieran tener desde cursos inferiores y anteriores. Finalmente se encontraron actividades didácticamente nocivas como el llenado de tablas sin reflexión de los datos que se asientan en ellas. También se considera inadecuada la inclusión de contenidos “teóricos” y deducciones en los manuales de las prácticas.

Desafortunadamente y a pesar de ser otra oportunidad de mejora, se consideró que por falta de tiempo, el alcance de la investigación se centraría únicamente en los contenidos de los libros usados en el salón de clases. Es por ello que en lo subsecuente, no se consideran las prácticas de laboratorio.

6 Estado del conocimiento: propuestas de mejora a la enseñanza de la hidráulica.

Se realizó una búsqueda de documentos cuyos contenidos se relacionaran con el mejoramiento de la enseñanza de la hidráulica, ello con la intención considerar trabajos ya realizados y mejorarlos en lugar de repetirlos. Los documentos encontrados se pueden agrupar en tres tipos: (a) propuestas relacionadas con las tecnologías de la información y la comunicación (TIC); (b) propuestas con enfoque curricular y (c) propuestas de mejora en la enseñanza relacionadas con alguna estrategia didáctica. Los dos primeros tipos tienen poca influencia en la intención doctoral, pero en el último grupo se encuentran propuestas muy interesantes. Por ejemplo, Barros y Romero (2010), presentan un artículo relacionado con un ejercicio argumentativo en el aprendizaje de la hidráulica con estudiantes de ingeniería, mencionan que se puede generar conocimiento al argumentar situaciones históricas.

Así mismo, Osaba, Molina y López (2002) hablan de la ausencia de análisis, por parte de los profesores, de los conocimientos previos de sus alumnos nuevos. Los autores comentan que a pesar de lo útil que podrían ser tales análisis, prácticamente no se hacen, y si se hacen, se tienen polémicas sobre la forma de hacerlo. El trabajo es una propuesta de cómo podría realizarse y se presenta un resultado de su aplicación. Es notorio el alto porcentaje de alumnos que tienen baja preparación previa.

Chanson (2000), se hace un comentario interesante: “Muchos estudiantes recurren a fórmulas y ecuaciones para resolver ejercicios de diseño y fallan cuando desarrollan diseños originales. Así los estudiantes se gradúan como ingenieros sin habilidad crítica ni capacidades de innovación”.

Por otro lado, García, Sánchez, Escalante y Morales (2012) indican que el aprendizaje significativo puede ser útil en la actividad docente. Finalmente, en el artículo de Gracia (2004) se encuentran deficiencias en la comprensión de conceptos y la causa tiene relación con los textos usados para la enseñanza.

Así, de la revisión del estado del conocimiento se puede concluir lo siguiente:

- a) Es necesario enseñar de manera diferente.
- b) Es interesante considerar aspectos históricos de situaciones relacionadas con el tema de enseñanza, en este caso, la hidráulica.
- c) Hay ausencia de análisis de los conceptos previos en la enseñanza.
- d) Es conveniente el uso de estrategias didácticas.
- e) En algunos casos la problemática está relacionada con los textos que se usan.

7 Soporte didáctico de la investigación

Ya se ha planteado la problemática y algunas de sus causas y se ha presentado una revisión del estado del conocimiento. Por otro lado, el Dr. Víctor Alejandro Sainz Zamora (comunicación personal) indicó que claramente el trabajo doctoral se relaciona con lo que se ha denominado “Investigación en didáctica de las ciencias”; ello significa la aplicación de teorías y estrategias didácticas aplicadas a las diferentes ciencias, predominan las intenciones de mejora de la enseñanza en física, química y matemáticas.

Para la investigación doctoral se eligió como soporte didáctico a la teoría fundamental del constructivismo y las estrategias que se han seleccionado son el aprendizaje significativo y la transposición didáctica. En el Anexo D se puede ver algunas definiciones del constructivismo y las estrategias didácticas ya mencionadas. A partir de dicho material se puede resumir lo siguiente.

7.1 El constructivismo

Bengoechea (1997), menciona dos perspectivas del constructivismo: según Piaget y según Vygotsky. Se cita textualmente lo que dice el autor al respecto de la perspectiva de Piaget:

Para Piaget el aprendizaje asociativo no tiene relevancia teórica puesto que no desempeña función alguna en el cambio de las estructuras cognitivas, de ahí que defienda la concepción constructivista del conocimiento que se caracteriza, como señalan Carmen Gómez y César Coll (1994), por los siguientes datos:

- Una relación dinámica y no estática entre el sujeto y el objeto de conocimiento. En su interacción con el medio el sujeto adquiere nuevos conocimientos, pero éstos no son copia de la realidad, sino el resultado de la acción del sujeto sobre el objeto.
- El proceso de construcción es un proceso de reestructuración y reconstrucción, en el que todo conocimiento nuevo se genera a partir de otros conocimientos existentes en el sujeto.
- El sujeto es activo, es quien construye su propio conocimiento, siendo esta actividad mental algo intransferible, propia y personal del individuo. Por consiguiente, el conocimiento no es encontrado, sino construido por el sujeto activamente. El conocimiento procede de la actividad del sujeto. Esto supone que conocer un objeto implica elaborar un conjunto de acciones que permiten dominarlo.

En cuanto a la perspectiva Vygotskyana del constructivismo Bengoechea indica que:

Ya hace algunos años Vygotsky señaló que el conocimiento se generaba en un contexto social y culturalmente organizado. Interpretando su pensamiento diríamos que el conocimiento escolar se construye gracias a un proceso de interacción entre los alumnos, el profesor y el contenido. Como asegura César Coll (1985), estudiar los procesos de enseñanza y aprendizaje implica analizar estos tres componentes indicados de forma interrelacionada y no aislada. Por eso, en nuestro análisis es conveniente tener presente no sólo la actividad constructiva individual del aprendiz, sino también el contexto social (la ayuda pedagógica por parte del profesor u otros compañeros) donde realiza esa construcción, enlazando así con otro concepto vigotskiano de la zona de desarrollo próximo. El adulto con su apoyo u andamiaje (Bruner) conducirá a que lo que el sujeto es capaz de realizar a nivel social, interpsicológico, pueda realizar también a nivel individual e intrapsicológico.

7.2 El aprendizaje significativo

Según Moreira (2012), el aprendizaje significativo es lo que continuación se cita:

Aprendizaje significativo es aquél en el que ideas expresadas simbólicamente interactúan de manera sustantiva y no arbitraria con lo que el aprendiz ya sabe. Sustantiva quiere decir no literal, que no es al pie de la letra, y no arbitraria significa que la interacción no se produce con cualquier idea previa, sino con algún conocimiento específicamente relevante ya existente en la estructura cognitiva del sujeto que aprende. A este conocimiento, específicamente relevante para el nuevo aprendizaje, que puede ser, por ejemplo, un símbolo ya significativo, un concepto, una proposición, un modelo mental, una imagen, David Ausubel (1918-2008) lo llamaba subsunsores o idea-ancla.

En términos simples, subsunsores es el nombre que se da a un conocimiento específico, existente en la estructura de conocimientos del individuo, que permite darle significado a un nuevo conocimiento que le es presentado o que es descubierto por él. Tanto por recepción como por descubrimiento, la atribución de significados a nuevos conocimientos depende de la existencia de conocimientos previos específicamente relevantes y de la interacción con ellos.

El subsunsores puede tener mayor o menor estabilidad cognitiva, puede estar más o menos diferenciado, o sea, más o menos elaborado en términos de significados. Sin embargo, como el proceso es interactivo, cuando sirve de idea-ancla para un nuevo conocimiento, él mismo se modifica adquiriendo nuevos significados, corroborando significados ya existentes. Es importante reiterar que el aprendizaje significativo se caracteriza por la interacción entre conocimientos previos y conocimientos nuevos y que esa interacción es no literal y no arbitraria. En ese proceso, los nuevos conocimientos adquieren significado para el sujeto y los conocimientos previos adquieren nuevos significados o mayor estabilidad cognitiva.

Por ejemplo, para un alumno que ya conoce la Ley de la Conservación de la Energía aplicada a la energía mecánica, resolver problemas donde hay transformación de energía potencial en cinética y viceversa apenas corrobora el conocimiento previo, dándole más estabilidad cognitiva y tal vez mayor claridad. Pero si se le presentara la Primera Ley de la Termodinámica (no importa si en una clase, en un libro o en un moderno software) como la Ley de la Conservación de la Energía aplicada a fenómenos térmicos, el alumno le dará significado a esa nueva ley en la medida en que «accione» el subsunsores Conservación de la Energía, y éste se quedará más rico, más elaborado, tendrá nuevos significados, pues la Conservación de la Energía se aplicará no sólo al campo conceptual de la Mecánica, sino también al de la Termodinámica.

En lenguaje coloquial podríamos decir que «nuestra cabeza» está «llena» de subsunsors, unos ya están bien firmes, otros aún están débiles, pero en fase de crecimiento; unos muy usados, otros raramente, unos con muchas «ramificaciones», otros «encogiéndose». Naturalmente, esos conocimientos interactúan entre sí y pueden organizarse y reorganizarse. O sea, «nuestra cabeza» contiene un conjunto dinámico de subsunsors. En términos más técnicos, en lugar de «cabeza» podríamos hablar de estructura cognitiva y decir que el complejo organizado de subsunsors y sus interrelaciones, en un cierto campo de conocimientos, podría ser pensado como el conjunto de elementos constituyentes de la estructura cognitiva de un individuo en ese campo. El conocimiento previo es, en la visión de Ausubel, la variable aislada más importante para el aprendizaje significativo de nuevos conocimientos. Es decir, si fuese posible separar una única variable como la que más influye en nuevos aprendizajes, esta variable sería el conocimiento previo, los subsunsors ya existentes en la estructura cognitiva del sujeto que aprende.

7.3 La transposición didáctica

Se trata primero, de reconocer que se tiene un saber *sabio* que es el conocimiento que tiene el descubridor, el inventor o el científico y que deberá sufrir una transformación o un tratamiento

para convertirse en saber *enseñable*. En palabras de Chevallard (1998): “un contenido del *saber sabio* que haya sido designado como *saber a enseñar* sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para tomar lugar entre los objetos de enseñanza. El ‘trabajo’ que un *objeto de saber* hace para transformarlo en un *objeto de enseñanza* se llama transposición didáctica”.

7.4 Uso de la historia de la hidráulica como estrategia didáctica

Solbes, J. y Traver, M. (2001) comprobaron que es posible aumentar el interés de los alumnos hacia el estudio de la física y la química “mediante un tratamiento mínimamente detenido de algunos aspectos históricos introducidos en el proceso de adquisición de los diferentes conceptos y teorías científicas, ya que así se puede mostrar una imagen de la ciencia más correcta y próxima a la realidad del trabajo de los científicos y al contexto en que éste se desarrolla y se ha desarrollado a lo largo de la historia”.

Otros autores también mencionan la idoneidad del uso de la historia con fines didácticos, Barros y Romero (2010) trabajaron un ejercicio argumentativo con la historia de la hidráulica como tema de discusión. Se cita textualmente su opinión:

Con el objetivo de construir otra manera alternativa de abordar el proceso de enseñanza-aprendizaje en las clases de hidráulica, se ha propuesto la conformación de un semillero de estudiantes de ingeniería civil en la Escuela de Ingeniería de Antioquia (Envigado, Colombia). El semillero se ha conformado con 7 estudiantes de segundo año y ha trabajado en una sesión semanal de hora y media durante el primer semestre de 2010. Se han analizado algunas situaciones paradójicas de la hidráulica que han sido polémicas entre los científicos en determinados momentos de la historia (p.e. Aristóteles, Arquímedes, Herón, Stevin, Galileo) relacionadas con la estática de los fluidos.

Por otro lado, Rodríguez y Gonzalez (2004) afirman que:

La aproximación histórica parece tener un contenido muy interesante para el estudiante, porque le muestra la posibilidad de una discusión crítica sobre el papel y el poder de la ciencia, relacionándola además, con otras actividades humanas. Además, el conocimiento de la historia de su disciplina es esencial para el profesor, puesto que lo provee de elementos para detectar los posibles obstáculos que enfrentan los estudiantes en el proceso de aprendizaje, es más, sirve al docente para generar preguntas conflictivas.

Nosotros compartimos la hipótesis de que, detrás de todos estos argumentos que justifican el uso de la historia de las ciencias en la enseñanza y en la formación de profesores de ciencias, existe un argumento más simple, más fácilmente observado en la vida diaria y menos pretencioso, que es fundamental: usar la historia del conocimiento científico es, por encima de todo, tratar de transformar el frío, disertativo e impersonal lenguaje científico (cuando éste es presentado como producto terminado) en un narrativo, descriptivo y secuencial lenguaje, capaz de interrelacionar lo que había sido oscuro y por ende, mucho más cercano a las habilidades cognitivas de los estudiantes.

7.5 Desarrollo de la base del material didáctico

Con base en estos tres elementos anteriores (aprendizaje significativo, transposición didáctica y el uso de la historia) se desarrolló la base del material didáctico. Como se mencionó, la construcción del nuevo conocimiento, es determinante lo que el alumno ya sabe. Este hecho es totalmente

ignorado por los profesores de hidráulica que se limitan a suponer que los conocimientos previos en la estructura cognitiva de los alumnos deben estar claros y disponibles. Precisamente esta circunstancia es uno de los focos de atención de la propuesta y es el primer aporte original de la investigación: las estructuras cognitivas de las ecuaciones principales de la hidráulica básica.

Por otro lado, el análisis de los contenidos de los libros de hidráulica –particularmente del libro de Sotelo- arrojó que en gran porcentaje, los contenidos son extractos de material de artículos científicos, tal como se aprecia en las referencias bibliográficas. Naturalmente, que la intención de los artículos no es didáctica ya que se generan y redactan pensando en lectores que son árbitros que juzgarán los artículos para determinar si son aceptados o rechazados para su publicación en revistas y foros que tampoco están dirigidos especialmente para alumnos. Ello significa que el lector objetivo es una persona ya preparada, incluso probablemente con una mejor preparación que el autor de los artículos. El uso de material de artículos es adecuado, pero lo que falta es una “transposición didáctica” por parte de los autores para que el “saber sabio” se convierta en “saber enseñable”. La ausencia de transposición didáctica se aprecia mayormente en las deducciones de las ecuaciones principales de la hidráulica básica; en donde las explicaciones y razonamientos dirigidos a la comprensión de los fenómenos relacionados con las ecuaciones, se sustituyen por la deducción directa, con la intención –poco didáctica- de que por medio de dicha deducción el alumno comprenda los conceptos. De esta manera, el alumno no comprende los conceptos y el resultado de la deducción –la ecuación- no se incorpora a la estructura cognitiva del alumno, únicamente y en el mejor de los casos, la aprende de manera memorística. Así se presenta el segundo aporte del doctorado: las deducciones simplificadas de las ecuaciones incluyendo la explicación detallada de cualquier elemento usado en el proceso. Se advierte que la deducción de la ecuación fundamental de la hidrostática no es un aporte de este trabajo, se tomó del libro de Kay (2008).

Finalmente se tiene un tercer aporte, el uso de la historia como elemento de apoyo didáctico. Se advierte que la mayoría del material relativo a la historia de la hidráulica se tomó del libro El agua según la ciencia (Levi, 1999).

Los capítulos subsecuentes contienen los pormenores del desarrollo de las bases del material didáctico, como producto principal del doctorado.

8 Aprendizaje significativo. Las estructuras cognitivas de las ecuaciones principales de la hidráulica

8.1 La estructura cognitiva del principio de Pascal y sus conceptos previos

Se puede construir una estructura cognitiva a manera de muro o barda (Figura 8-1) en la que los conceptos de los bloques superiores tienen soporte cognitivo en conceptos de bloques inferiores. Los términos “superiores” e “inferiores” se usan sólo para hacer referencia en el esquema.

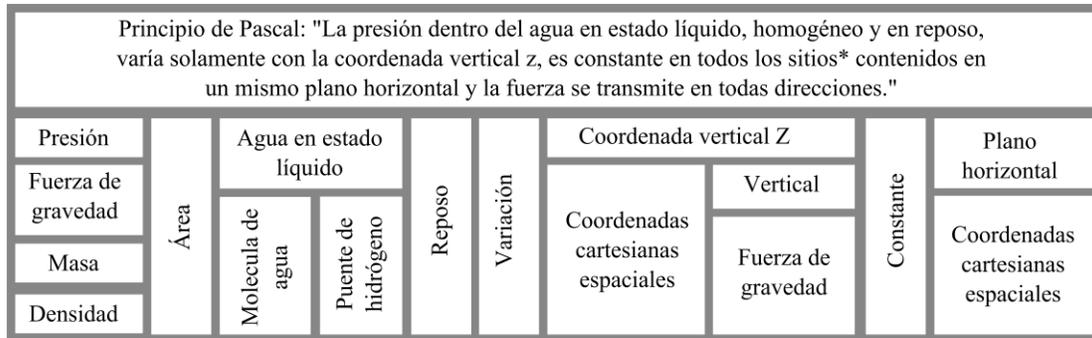


Figura 8-1. Estructura cognitiva para el aprendizaje significativo del Principio de Pascal

Con este esquema de la Figura 8-1 se pueden visualizar los conceptos previos del Principio de Pascal; se deberán considerar estos conceptos sin olvidar que el aprendizaje significativo se logra cuando se utiliza lo que el alumno ya sabe *significativamente*, es decir aquello que tenga sentido o que le parezca lógico.

Se propone asumir que el alumno no tiene aprendidos significativamente ninguno de los conceptos previos; entonces se trabajará con todos ellos. Comenzando a la izquierda y abajo se ve que se puede iniciar con lo que es la *masa*. Antes se hace la aclaración que algunos de los conceptos no requieren mayor tratamiento; estos conceptos son: *reposo*, *variación* y *constante*.

Densidad

Es la cantidad de masa, por unidad de volumen. Se puede interpretar esta definición como el grado de compactación de un material. Mayor cantidad de masa en igual cantidad de volumen equivale a mayor densidad (IQuímicas 2012). Se puede buscar en internet el concepto de densidad y se encontrarán respuestas más o menos elaboradas; pero es más complicada la búsqueda si se pregunta: ¿por qué unas cosas son más densas que otras?

Masa

El concepto más significativo de la masa es que es la cantidad de materia que contiene un cuerpo (IQuímicas, 2012), generalmente se asocia con el tamaño, pero también tiene que ver con la densidad. Para los físicos resulta muy fácil definir la masa y al definirla olvidan que no todos son físicos, de hecho la mayoría no lo son, por lo que las definiciones que se tienen del concepto de masa resultan confusas. Es verdad que el profesor debe tener bien comprendido el concepto si pretende apoyar a los alumnos a comprenderlo. Sería conveniente el ejercicio de preguntar a los alumnos sobre la diferencia entre masa y densidad, y que al tener clara esa diferencia hagan un

segundo ejercicio a manera de simulación en el que trataran de explicar la diferencia entre masa y densidad a unos niños de primaria.

Dicho lo anterior, los alumnos deben tener claro (por medio de acciones didácticas dadas por el profesor) que la masa es la cantidad de materia que tiene un cuerpo.

Fuerza de gravedad

Es conveniente definir primeramente el concepto “fuerza” sin decir si es de gravedad o no, así puede decirse que una *fuerza* en general, es la manifestación de la interacción entre los cuerpos. Dicha manifestación es o bien, una deformación de uno de los cuerpos o de los dos, o bien la modificación del estado de reposo o movimiento de uno de ellos. Se considera que los alumnos de recién ingreso a ingeniería no requerían más explicaciones, respecto al concepto de *fuerza*.

Para hablar de la gravedad se mencionará que en física se reconocen cuatro interacciones fundamentales entre partículas: gravitatoria, electromagnética, nuclear fuerte y nuclear débil (Oesterman y Moreira 2000). Para este caso se propone mencionar solamente la gravedad y la interacción electromagnética. La necesidad de tocar el tema de la gravedad es obvio, pero el considerar la interacción electromagnética no es obvio, pero sí imprescindible y se verá más adelante.

También se aclara que la definición de gravedad será la definición Newtoniana (la definición de Albert Einstein no es *significativa*). La gravedad es la interacción que atrae a todos los objetos sí.

La causa de la gravedad no tiene aún una explicación convincente –se ha dicho que se debe al intercambio de una partícula elemental llamada “gravitón” pero no se ha demostrado su existencia- solamente se sabe que toda materia dispersa tiende a juntarse y dicha atracción está directamente relacionada con la masa y con la distancia a la que están dichos cuerpos. Cuando mucha materia se ha juntado adquiere más masa y consecuentemente tiene más atracción. Mucha masa tiene mucha atracción, poca masa, tiene poca atracción. Nuestro planeta atrae a todos los cuerpos que están en su superficie. Estrictamente hablando, los cuerpos sobre la superficie de la Tierra también atraen al planeta y a los otros cuerpos que también están sobre la superficie, pero al ser su masa despreciable respecto de la masa de la tierra, ante nuestra percepción solamente la Tierra atrae a los objetos. Haciendo uso del principio de eficiencia mencionado anteriormente se considerará que los cuerpos no se atraen entre ellos, solamente la Tierra los atrae y además todos los cuerpos están sujetos a la atracción de la Tierra sin importar su distancia a ella.

Área

Para llegar al concepto de presión también se requiere definir lo que es un área. Inmediatamente surge el problema de lo significativo de los conceptos matemáticos. ¿Qué concepto previo se tiene para comprender significativamente el concepto de área? ¿Se requiere aprender significativamente dicho concepto? En principio se utiliza la definición siguiente: *Área* es el nombre que se le ha dado a una medida que considera el tamaño de la extensión de una superficie. El concepto más intuitivo se tiene si se considera una superficie plana, a diferencia de una superficie curva; y para nuestro caso sólo se considerará plana; y aún más intuitivo es considerar a las superficies como “cuadritos” además de planos. El profesor puede elegir ejemplos de losetas en el piso de una recámara, el piso del salón de clase, etc.

Molécula de agua

El agua es una de las sustancias más peculiares conocidas. Es una molécula pequeña y sencilla, pero tras su aparente simplicidad presenta una complejidad sorprendente que la hace especialmente útil para la vida. Será difícil buscar los anclajes para el aprendizaje significativo de este concepto. Sin embargo, un alumno de recién ingreso a ingeniería deberá tener claro el concepto de molécula porque es un concepto clave para comprender el comportamiento del agua en estado líquido. El concepto de molécula está bien establecido en el ámbito de la química, el alumno debe imaginar lo que los investigadores han dicho sobre el tema, Toda la materia del universo está constituida por átomos y éstos se unen para formar moléculas. Para nuestro caso, el agua es una molécula formada por un átomo de oxígeno y dos átomos de hidrógeno (Deltawerken, 2004). El alumno puede imaginar al agua formada por moléculas como tres esferas, una grande de oxígeno y dos más pequeñas de hidrógeno (Ver Figura 8-2).

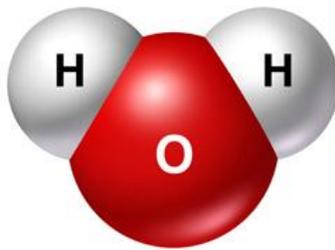
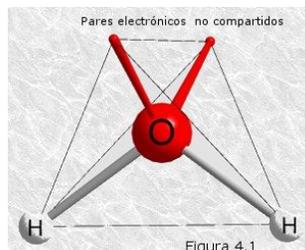


Figura 8-2. Representación de una molécula de agua
(tomada de <http://www.joaquinrodriguezpiaya.es/>)

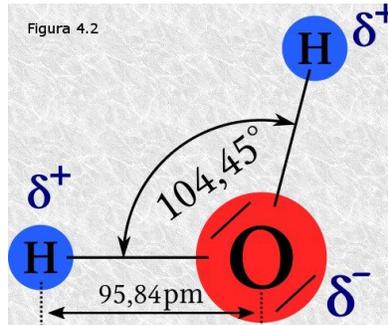
En Porto (sin año), se encuentra la siguiente información (se respetó la numeración de las figuras tal y como vienen en el documento de referencia):

En la molécula de agua cada átomo de hidrógeno comparte un par electrónico con el de oxígeno para formar un enlace covalente simple. La geometría de la molécula está determinada por la forma de los orbitales electrónicos más externos del átomo de oxígeno que son los que participan en los enlaces. Estos orbitales describen un tetraedro casi regular con los electrones compartidos con el hidrógeno en dos de sus vértices y los electrones sin compartir en los otros dos (Figura 4.1). De este modo, los tres átomos de la molécula forman un ángulo de $104,45^\circ$, algo menor que los $109,51^\circ$ de un tetraedro regular, debido a que la repulsión entre los orbitales no *enlazantes* del oxígeno comprime ligeramente a los orbitales *enlazantes* con el hidrógeno.



Por otra parte, el núcleo del átomo de oxígeno atrae hacia sí con más fuerza los electrones compartidos que el núcleo del átomo de hidrógeno, es decir, el átomo de oxígeno es más electronegativo. Por lo tanto, en la molécula de agua el oxígeno y los hidrógenos comparten los electrones de forma desigual: los electrones están más tiempo cerca del oxígeno que del hidrógeno, de alguna manera "pertenecen" más al oxígeno que al hidrógeno. Esta forma desigual de compartir los electrones provoca la aparición de cargas eléctricas parciales en distintas zonas de la molécula: sobre los átomos de hidrógeno, parcialmente desposeídos de sus electrones, aparece, por defecto, una carga

parcial positiva (δ^+); correspondientemente el exceso de densidad electrónica sobre el átomo de oxígeno se traduce en la aparición sobre el mismo de una carga parcial negativa (δ^-) que se encuentra repartida entre sus dos orbitales no enlazantes (Figura 4.2). Así, la molécula de agua, aún siendo eléctricamente neutra (carga neta=0), se convierte en un dipolo eléctrico doble, con una carga parcial positiva sobre cada átomo de hidrógeno y una carga parcial negativa en cada uno de los orbitales no enlazantes del oxígeno. Las cuatro cargas parciales se encuentran en disposición tetraédrica alrededor del núcleo del oxígeno.



Fuerza electromagnética

Ya se ha mencionado que se reconocen cuatro interacciones fundamentales en el universo: la fuerza de gravedad, la fuerza electromagnética y las fuerzas nucleares fuerte y débil. Para la hidráulica son importantes la gravedad y la fuerza electromagnética. La fuerza electromagnética es la responsable de la interacción entre las partículas con carga eléctrica y, por extensión, de todas las reacciones químicas (y, por consiguiente, de todos los fenómenos biológicos). Actúa sobre todas las partículas cargadas eléctricamente. Es de naturaleza atractiva o repulsiva y su alcance es prácticamente infinito (Román 1997).

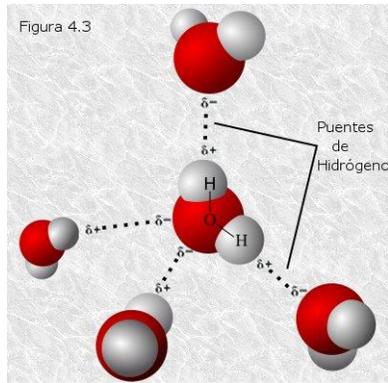
Se debe tener cuidado al explicar estos temas, el nivel de profundidad que se maneje con alumnos de ingeniería que si bien deben tener el conocimiento de la conformación básica del átomo, no son estudiantes de física o química. Es responsabilidad del maestro conocer a un nivel aceptable los términos relacionados con el átomo y sus elementos.

Se considera que para ser un concepto previo de “agua en estado líquido” será suficiente con informar al alumno que la fuerza electromagnética es la responsable de la formación de las moléculas y de su interacción con otras moléculas del mismo elemento. Como se verá más adelante.

Puente de hidrógeno

Ya se ha dicho que la molécula de agua tiene dos hidrógenos y un oxígeno. En seguida se transcribe lo que indica Porto (sin año).

La existencia de cargas eléctricas parciales permite que se establezcan interacciones electrostáticas entre moléculas de agua vecinas: las cargas parciales de signo contrario situadas en una y otra molécula se atraen mutuamente. Este tipo particular de interacción electrostática se conoce con el nombre de puente de hidrógeno (Figura 4.3).



Al alumno se le debe enfatizar que este puente de hidrógeno es muy importante dado que es la clave del comportamiento del agua.

Agua en estado líquido

El comportamiento del agua en sus tres estados es función del puente de hidrógeno. Cuando la temperatura es baja (debajo de los cero grados centígrados) los puentes de hidrógeno se “establecen” y se alargan un poco, de esta manera, la estructura del agua en forma de hielo es debida a la estructura formada por las moléculas unidas por los hidrógenos y al alargarse el puente de hidrógeno el agua así formada se vuelve menos compacta. El hielo es duro pero menos denso que el agua líquida, es por eso que flota. El agua en estado gaseoso es el agua que bajo temperaturas altas (arriba de 100 grados centígrados) tiene esa virtud volátil porque los puentes de hidrógeno no se establecen y las moléculas del agua “vuelan” libres unas entre otras sin unirse. Y el agua en estado líquido está en “medio”, se puede decir que ni está pegada ni despegada. Los puentes de hidrogeno se establecen sólo de manera transitoria y su duración es de apenas unos *picosegundos*¹ (García, 2011). De esta manera el agua en estado líquido está pegada, pero despegada simultáneamente. Esto es la clave de su comportamiento. Bajo esta circunstancia es que se da la viscosidad y bajo esta circunstancia es que las moléculas se empujan sin unirse y no soportan esfuerzos tangenciales. Una masa de agua escurre sobre otra, generándose alguna interacción, viscosidad y vorticidad, pero sin detenerse, por la misma razón las moléculas de agua se empujan unas a otras transmitiendo las fuerzas externas, como la gravedad, por ejemplo, en todos los sentidos, y por la misma razón el agua es prácticamente incompresible.



Figura 8-3. Estructura molecular de los estados del agua, papel de los puentes de hidrógeno
(tomado de [http:// nutricioncv.blogspot.com](http://nutricioncv.blogspot.com))

¹ El *picosegundo* es la unidad de tiempo que equivale a la billonésima parte de un segundo, y se abrevia *ps*. 1 *ps* = 1 × 10⁻¹² s

Presión

No tiene caso hablar del concepto de presión si no se distingue entre sólidos y líquidos. Se comenzará hablando de la presión en los sólidos. Se recurrirá al acostumbrado ejemplo de una columna sólida colocada en el suelo. Se requiere saber, por cuestiones de construcción, cuánto “empuja” la columna al suelo, para saber si éste resistirá o la columna se hundirá. De manera casi instintiva se considera que este “empuje” tiene relación con el peso de la columna y el área de contacto entre columna y suelo. Es bastante lógico suponer que de esta manera, se definió a la presión, y así se le calcula: como el cociente de una fuerza entre un área.

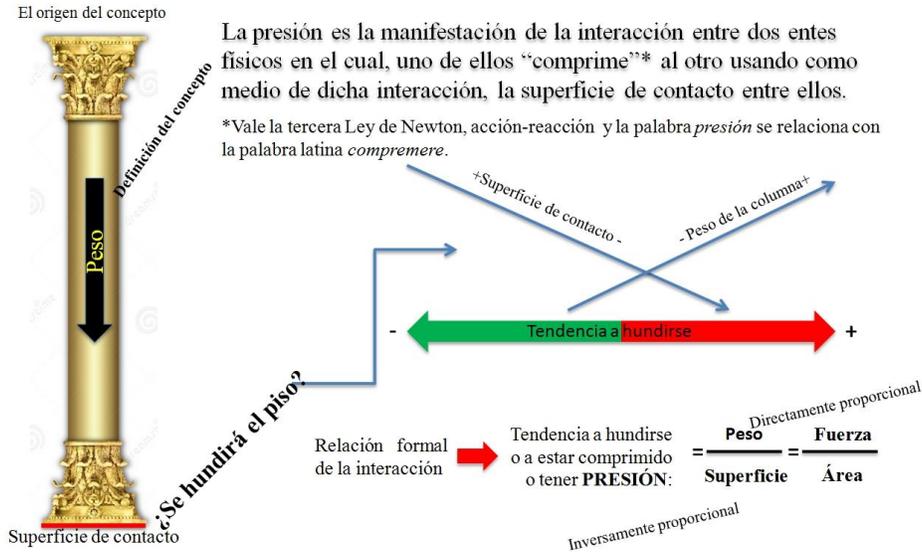


Figura 8-4. ¿Qué es la presión? Origen del concepto y desarrollo de la fórmula

Se hace notar que, dada la supuesta intención de conocer el empuje de la columna sobre el suelo, no tiene ningún sentido considerar solamente el peso de la columna; ésta puede pesar mucho o poco, pero si no se considera el área de contacto no tiene sentido hablar de ello. Una fuerza es esencialmente una interacción entre cuerpos o entidades físicas. En el caso de la fuerza, que es el peso de la columna, el medio físico de la interacción entre los objetos físicos es la superficie de contacto entre la columna y el suelo.

Ahora bien, supóngase que la columna tenga un área de contacto con el suelo definida por un cuadrado de un metro por lado. ¿En qué parte del interior de esa área cuadrada se tiene esa presión? ¿Tiene la misma presión en todo el interior? Si se considera sólo un cuadrado más pequeño, de diez cm de lado, en el interior del área de contacto ¿se tendrá una décima parte de la presión ya calculada? La respuesta es no, de hecho no tiene sentido la pregunta puesto que el valor de la presión ya calculada depende de un valor de la fuerza y de un valor del área. Si se quiere calcular la presión en otra superficie de área diferente, el valor de la presión anterior ya no se relaciona con el pretendido nuevo valor de la presión. Se podrían tener varios valores de la presión, siempre y cuando la pila de cubos de concreto estuviese separada en pilas más pequeñas.

En hidráulica, tratándose de cualquier fluido, debiera usarse la palabra “presión” acompañándola invariablemente del tipo de líquido o fluido considerado. Claro que la presión en los líquidos y en los sólidos tiene varias características comunes, por ejemplo, obsérvese la Figura 8-5. Se tiene un

recipiente con agua, lo cual no es nada imaginario y totalmente factible. Sumérganse varios tubos abiertos por ambos extremos y con diferentes diámetros, diferentes longitudes y a diferentes profundidades; nómbrense de izquierda a derecha con las letras del alfabeto en su orden usual.

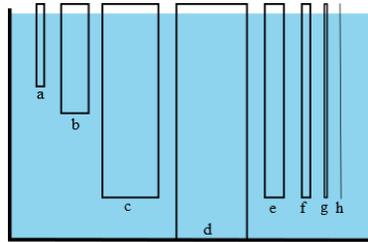


Figura 8-5. Presión en la parte baja de un tubo sumergido en el agua

Definición:

La presión es la manifestación de la interacción entre dos entes físicos en el cual, uno de ellos “empuja” al otro usando como medio de dicha interacción, la superficie de contacto entre ellos.

De esta manera, queda establecido que los dos elementos considerados son una fuerza y una superficie, relacionados funcionalmente por un cociente: la fuerza como dividendo y el área como divisor.

Si el recipiente, el agua y los tubos están sujetos al campo gravitacional terrestre. Se puede imaginar que dentro de cada tubo se tiene una columna de agua que empuja al agua que está justo en la salida del tubo. Dicha salida del tubo representa un área de contacto entre el agua de la columna y el agua fuera del tubo. Es claro que se tiene un empuje en la base de cada tubo y que el agua en el recipiente “soporta” dicho empuje, dado que no se tiene circulación. ¿Cuál es la causa del empuje de la columna y de la aparente resistencia del agua? Tienen el mismo origen, la gravedad terrestre.

Supóngase que el tubo *a*, tiene un diámetro interno de una pulgada y una longitud de 30 cm. ¿Cuál es valor de la presión en la parte baja del tubo? Atiéndase al desarrollo siguiente:

Tabla 8-1. Cálculo de la presión en la parte baja de un tubo sumergido en un recipiente

Explicación	Fórmulas y cálculos	Unidades
La presión (<i>P</i>) es fuerza (<i>F</i>) sobre área (<i>A</i>):	$P = \frac{F}{A}$	N/m ²
La fuerza es el peso (<i>W</i>) de la columna:	$F = W$	N
Por la segunda ley de Newton, el peso es la multiplicación de la masa (<i>m</i>) por aceleración de la gravedad (<i>g</i>):	$W = mg$	N
La masa es la multiplicación de la densidad (ρ) por el volumen (<i>Vol</i>). La densidad del agua se puede tomar como 1000 kg/m ³ :	$m = \rho Vol$	Kg
El volumen es el área por la longitud (<i>l</i>)	$Vol = (A)(l)$	m ³
Asignando valores se encuentran las siguientes magnitudes:	$Vol=3.80031E(-6)$	m ³
	$m= 0.003800306$	Kg
	$W= 0.037281003$	N
	$P=294.3$	N/m ²

Ahora, si los tubos tuviesen las siguientes dimensiones se tendrían las presiones que se presentan en la Tabla 8-2

Tabla 8-2. Diferentes presiones para diferentes tubos

Tubo	Diámetro (Pulg)	Longitud, cm	Presión (N/m ²)
A	0.5	30	294.3
B	2	40	392.4
C	3	60	588.6
D	4	70	686.7
E	1	60	588.6
F	0.5	60	588.6
G	0.1	60	588.6
H	0.000000001	60	588.6
---	0	60	División por cero

Puede apreciarse fácilmente que el área no importa, se tendrá la misma presión, siempre y cuando se tenga un valor del área, si se considera un área cero, el valor de la presión no se puede calcular (se obtiene división por cero).

Veamos qué pasa con una pila o varias pilas de cubos de concreto. Por simplicidad se eligen cubos de concreto de 1 m de arista; es decir, cubos con un volumen de un metro cúbico.

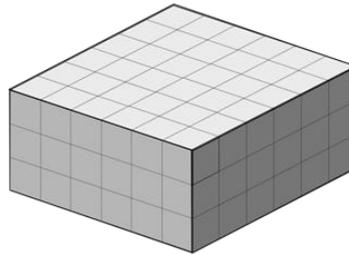


Figura 8-6. Presión en la parte baja de pilas de cubos de concreto

Tabla 8-3. Cálculo de la presión en la parte baja de una pila de cubos de concreto

Explicación	Fórmulas y cálculos	Unidades
Considerando toda la parte baja del grupo de cubos. La presión (P) es fuerza (F) sobre área (A):	$P = \frac{F}{A}$	N/m ²
La fuerza es el peso (W) de todo el grupo de cubos.	$F = W$	N
El peso es la multiplicación de la masa (m) por aceleración de la gravedad (g):	$W = mg$	N
La masa es la multiplicación de la densidad (ρ) de los cubos por el volumen (Vol). La densidad del concreto se puede tomar como 2350 kg/m ³ :	$m = \rho Vol$	Kg
En este caso, el volumen es el número de cubos	$Nc = 6X6X3 = 108$	m ³
La masa es la densidad por el volumen	$m = \rho Vol = 2350X108 = 253800$	kg
El peso es la masa por la aceleración de la gravedad (g)	$W = mg = 253800X9.81 = 2489778$	N
La presión, finalmente es W/A	$P = \frac{F}{A} = \frac{W}{A} = \frac{2489778}{36} = 69150.5$	N/m ²

Y este mismo valor de la presión se encuentra usando una sola pila de cubos, o 4 pilas o 20 pilas o las que sean, siempre y cuando se mantenga la pila con una altura de tres cubos. De la misma manera que la presión en el agua.

Se puede ahora imaginar un montón de arena, pregúntese a los alumnos cómo se calcula la presión en la base del montón. ¿O no hay presión? ¿Es igual la presión en toda la base del montón? Pídanse los porqués de cada respuesta.



Figura 8-7. ¿Cómo es la presión en la base de un cúmulo de arena?

Entonces, ¿qué hace que la presión sea distinta en el agua, en los sólidos o en material granular?

Ya se ha mencionado a la fuerza de gravedad anteriormente. Por otro lado, se sabe que el agua en estado líquido permanece unida gracias a los enlaces entre las moléculas que la componen mediante una unión a la que se le llama *punto de hidrógeno*. Esta unión se establece sólo durante un instante (literalmente), permanece y desaparece sólo por unos cuantos picosegundos, o sea por unas cuantas mil millonésimas de segundo. Esta característica hace que se pueda decir que las moléculas de agua están prácticamente pegadas y despegadas al mismo tiempo.

Afirmación:

La fuerza de gravedad atrae a las moléculas hacia el centro de la tierra y el enlace de hidrógeno hace que las moléculas estén pegadas entre ellas, pero al mismo tiempo, despegadas.

Si se observa la Figura 8-8, se puede hacer la siguiente analogía: la persona encima de la pelota representa la fuerza de gravedad que empuja a la pelota hacia abajo, la pelota no puede avanzar porque tiene el suelo debajo ¿hacia dónde se deforma a pelota? Claramente puede observarse que lo hace hacia los lados.



Figura 8-8. ¿Hacia dónde se extiende la pelota si se le aplica una presión arriba?
(Tomada de www.azulfabiola.com)

Así puede imaginarse lo que pasa con las moléculas del agua: la fuerza de gravedad jala a las moléculas hacia abajo, y las moléculas empujan hacia los lados, ya que no pueden moverse hacia abajo por la presencia de las moléculas inferiores o el fondo del recipiente que contiene al agua. Lo anterior provoca que el comportamiento de la presión en los líquidos sea diferente que en los sólidos. Mírese nuevamente el conjunto de cubos de concreto (Figura 8-6) ¿Cómo es la presión en el centro del conjunto? Así planteada, la pregunta no tiene sentido; en cambio se puede preguntar: ¿qué presión se tiene en la unión entre los cubos de concreto? Eso se puede contestar así: si las caras son horizontales sólo depende del número de cubos que tenga encima, y en las caras verticales no se tiene presión.

En planos horizontales se tiene la similitud que la presión es la misma tanto en los sólidos como en los líquidos, pero en los sólidos la presión en planos horizontales, sólo tiene sentido si se tienen superficies en contacto entre los sólidos individuales. En un único cubo de concreto en contacto con el suelo, tiene sentido hablar de presión sólo en la superficie de contacto con el suelo.

Finalmente, para terminar con la explicación de lo que debe entenderse como “presión en el agua”, se menciona que la fuerza de gravedad es la que provoca las fuerzas internas entre las moléculas de agua, se pueden “apilar” las moléculas de agua y las de arriba son atraídas por la gravedad, lo que provoca que “empujen” a las de abajo de la misma manera que una pila de cubos de concreto, y de la misma manera, las moléculas, y los cubos, mientras más abajo están más empuje reciben de las de arriba, es decir, soportan cada vez más peso, mientras más abajo están. Pero en el agua, el “peso” o “empuje” de las moléculas de agua, se transmite también hacia los lados; y en general, hacia todas las direcciones, incluso hacia arriba.

Finalmente se hace énfasis en que la fuerza de gravedad es el elemento importante en el concepto de la presión en el agua. De hecho, la presión como tal no existe, lo que sí tiene una existencia tangible es la fuerza y se manifiesta en cualquier objeto sumergido en el agua y en el agua misma. Si se hace memoria, la primera persona que según la historia, manejó la presión fue Arquímedes, y lo hizo con un fin utilitario, y en párrafos anteriores se indicó que la presión en una pila de cubos de concreto se requiere conocer para saber si el suelo resistirá el peso de la columna.

En ambos casos la necesidad de conocer el efecto de la fuerza es lo que conduce a usar la presión, por una causa muy simple: la interacción entre la fuerza y el objeto sobre el que actúa es una superficie. No se puede revisar el efecto de la fuerza si no se usa dicho elemento de interacción y ese elemento es el área. ¿Cómo se puede cuantificar el efecto de la fuerza sobre un objeto

sumergido en el agua? De la misma manera se pregunta: ¿Cómo se puede saber si el suelo soportará la pila de cubos de concretos sin considerar la superficie de contacto?

Las fuerzas en el interior del agua se deben a la gravedad y su efecto se da en dimensiones moleculares. No tiene sentido ni utilidad, analizar las fuerzas a nivel molecular. Lo conveniente son análisis en dimensiones cotidianas: centímetros o metros, entonces, si la fuerza de gravedad se manifiesta en porciones moleculares ¿qué molécula se usará para analizar el efecto de su fuerza? Se deben usar todas las moléculas presentes en la dimensión del orden de centímetros o metros. Surge así, naturalmente, la necesidad de encontrar una relación funcional entre fuerza y área, resultado: la presión.

Definición:

La presión en el agua en reposo, es la relación funcional entre las fuerzas existentes en el interior, causadas por la gravedad, y una superficie sobre la que se desea conocer el efecto de dichas fuerzas. La relación funcional es el cociente, donde la fuerza es el dividendo y el área es el divisor.

Coordenadas espaciales ortogonales

Continuando con el recorrido de la Figura 8-1, toca el turno al tratamiento del concepto de coordenadas espaciales ortogonales. Igualmente se presenta el problema de “significidad”; es decir de la contradicción entre lo que no resulta fácilmente significativo para el alumno y la necesidad de que aprenda significativamente un concepto. Se hace la propuesta siguiente: tratar de definir lo más simplemente el concepto y tratar de buscar un organizador previo (se recuerda que un *organizador previo* es un conocimiento que el alumno debe tener y que sirve para “anclar” el nuevo conocimiento).

Las coordenadas espaciales ortogonales es un sistema imaginario formado por tres líneas o ejes; pero estas tres líneas tienen varias características especiales, primeramente se juntan las tres en un mismo punto llamado origen. Por otro lado, las líneas forman un ángulo recto (90°) entre ellas; cada una forma este ángulo con cada una de las otras dos. Dos de ellas forman una “cruz” parada y una de ellas, con la tercera, forma una cruz acostada. El maestro puede usar todos los apoyos didácticos que se le ocurran y que resulten pertinentes: dibujos, hojas, ejemplos, entre otros. Por ejemplo puede recurrir al ejemplo de un cuarto o recámara de una casa, con sus paredes perfectamente “plomeadas” o verticales y el piso perfectamente nivelado u horizontal. Uno de los rincones de la habitación funge como origen, la línea vertical (imaginario) que una las paredes es uno de los ejes; la unión de una de las paredes con el piso forma la otra línea o eje y la otra pared con el piso forma el tercer eje. Aún no resulta totalmente claro puesto que los ejes en el sistema cartesiano no tienen principio ni fin y se les asigna convencionalmente un valor positivo del origen hacia arriba y negativo del origen hacia abajo, esto para el eje vertical, y positivo hacia la derecha y negativo hacia la izquierda a uno de los ejes o líneas horizontales y positivo hacia adelante y negativo hacia atrás al otro tercer y último eje (Weisstein 2016).

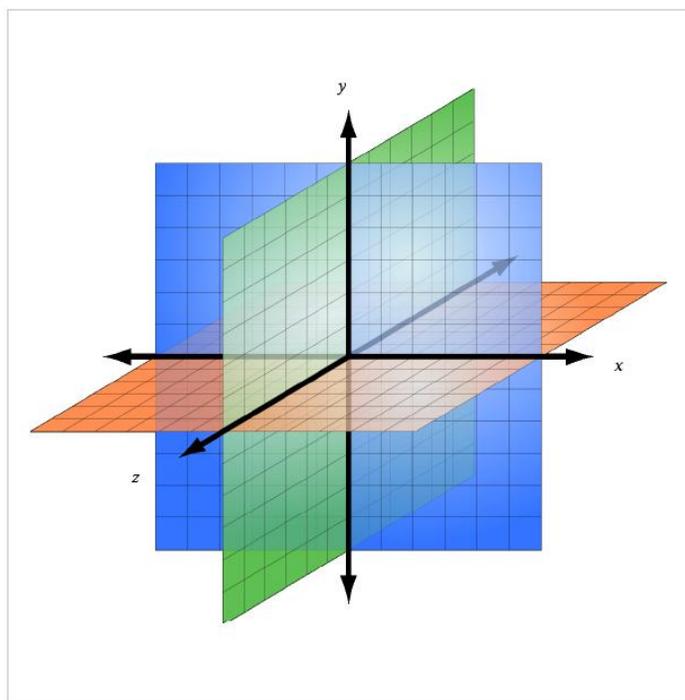


Figura 8-9. Sistema de coordenadas espaciales ortogonales en tres dimensiones

La definición de *coordenada* puede darse una vez aclarado (al menos esa es la intención) de la definición del sistema ortogonal. Una coordenada es la distancia desde el origen hasta cualquier punto situado sobre cualquier eje y se puede proyectar hacia cada uno de los otros ejes. La proyección simultánea de cada coordenada ubica un punto cualquiera en el espacio.

Coordenada vertical

Observando la Figura 8-1, se aprecia que el concepto de “coordenada vertical” tiene como conceptos previos a los conceptos de *coordenadas espaciales ortogonales*, *gravedad* y *vertical*. La gravedad y las coordenadas espaciales ya se han tratado anteriormente. Para completar la “estructura cognitiva” del concepto de Coordenada vertical *z* (los bloques bajo esta frase).

Vertical

Este concepto podría ser muy intuitivo: si el alumno deja caer cualquier objeto más o menos compacto y sin presencia de viento fuerte, la trayectoria del objeto en su caída es la “vertical”. Esta trayectoria es causada por la gravedad terrestre, ya se ha definido la gravedad como la atracción de la masa terrestre sobre todos los objetos en la superficie del planeta. Se ha dicho que la tendencia de toda materia dispersa es a juntarse, debido a ello, siempre tiende a formar esferas y al estar ya juntas la atracción no desaparece, más bien aumenta, más masa tiene más fuerza, como la Tierra, y naturalmente la atracción estará dirigida al centro de la circunferencia.

Plano horizontal

Ya se ha definido lo que es el sistema de coordenadas espaciales ortogonales y lo que es la *vertical*. Si la línea o eje imaginario al que se le designa el nombre de *Z*, coincide con la vertical, entonces la superficie conformada los ejes *X* y *Y*, es el plano horizontal. En cuerpos de agua pequeños, en comparación con el tamaño de la Tierra, por ejemplo en una presa de

almacenamiento, o en una alberca, una tina, una cubeta o en un vaso con agua, la superficie del agua siempre representará un plano horizontal. El concepto “horizontal” pierde su sentido intuitivo para dimensiones grandes por la forma de la tierra.

Hasta aquí se suponen *aprendidos significativamente* los conceptos previos del Principio de Pascal. Se debería estar en condiciones de aprender también significativamente dicho principio.

8.2 Explicación significativa del Principio de Pascal

Primeramente se harán tres aclaraciones:

- 1) Se aplica únicamente al interés de la Ingeniería Hidráulica (agua en estado líquido)
- 2) El principio de Pascal tiene tres aspectos: (a) La presión varía solamente con la coordenada vertical Z ; (b) La presión es constante en cualquier plano horizontal y (c) las fuerzas en el interior del agua se transmiten en todas direcciones.
- 3) La explicación conceptual del Principio de Pascal se logra únicamente contestando a los “porqués” cada una de las tres aseveraciones anteriores.

¿Por qué la presión en el agua varía solamente con la coordenada vertical Z ?

Para contestar esta pregunta conviene hacer una analogía, constrúyase una pila de 10 cubos de cualquier material sólido relativamente pesado, por ejemplo cubos de concreto de 30 cm de lado. Resulta intuitivo considerar que el cubo superior soporta únicamente su peso y el piso debajo del cubo inferior soporta el total del peso de los 10 cubos. La variación del peso en cada bloque aumenta de arriba hacia abajo según el número bloques que se tengan encima.

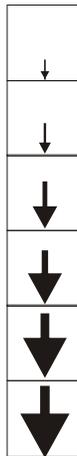


Figura 8-10. Analogía entre una columna de bloques y la presión en el agua

Con esta analogía se le puede enseñar al alumno que la presión en el interior de un cuerpo de agua se incrementa únicamente con la profundidad por el peso de la columna de agua encima de capas inferiores y que, como dice el principio, coincide con la coordenada vertical, porque la gravedad de la tierra es una fuerza que atrae a todos los cuerpos en su superficie con dirección a su centro, dicha dirección coincide perfectamente con la coordenada vertical Z .

¿Por qué la presión es constante en un plano horizontal?

Se considera redundante este efecto, o bien, es un simple corolario de la primera afirmación: si la presión solamente varía con la profundidad (que es la coordenada vertical Z) resulta lógico afirmar que es constante en el plano horizontal.

¿Por qué las fuerzas en el interior del agua se transmiten en todas direcciones?

Por el comportamiento de los puentes de hidrógeno en el agua en estado líquido. Ya se ha explicado que el agua en estado líquido debe esta circunstancia al establecimiento efímero de los puentes de hidrógeno. De esta manera el agua no está pegada, pero tampoco despegada y el hecho de que los puentes de hidrógeno no se establezcan hace que el agua no resista el más mínimo esfuerzo tangencial.

Las masas de agua que están encima “empujan” a las de abajo al estar bajo el efecto de la gravedad terrestre; pero como el agua “resbala” dentro del agua, las partículas que reciben el empuje de las partículas de capas superiores, tienen naturalmente un movimiento lateral, dado que abajo aún hay más capas de agua o incluso el suelo que impiden su desplazamiento hacia abajo y por lo tanto “empujan” a las partículas de los lados.

Imagine el alumno una caja con pelotas de hule, deformables y lisas, además las pelotas están aceitadas lo que las vuelve sumamente resbaladizas. De esta manera se tiene una situación muy parecida a la que se tiene entre las moléculas de agua y los puentes de hidrógeno. Imagine además que se empuja a las pelotas hacia abajo con algún objeto que tenga una cara de al menos el tamaño de cinco pelotas. Al empujar las pelotas de la capa superior, éstas empujarán a su vez a las de la capa inferior mismas que resistirán y a su vez “empujarán” hacia arriba las pelotas de la capa superior, además por su forma esférica se “acomodarán” de tal manera que “empujarán” a las pelotas que se encuentran a los lados y en resumen empujarán en todas las direcciones dada su forma. Es así como se tiene el resultado de que en el interior del agua, la fuerza se transmite en todas direcciones.

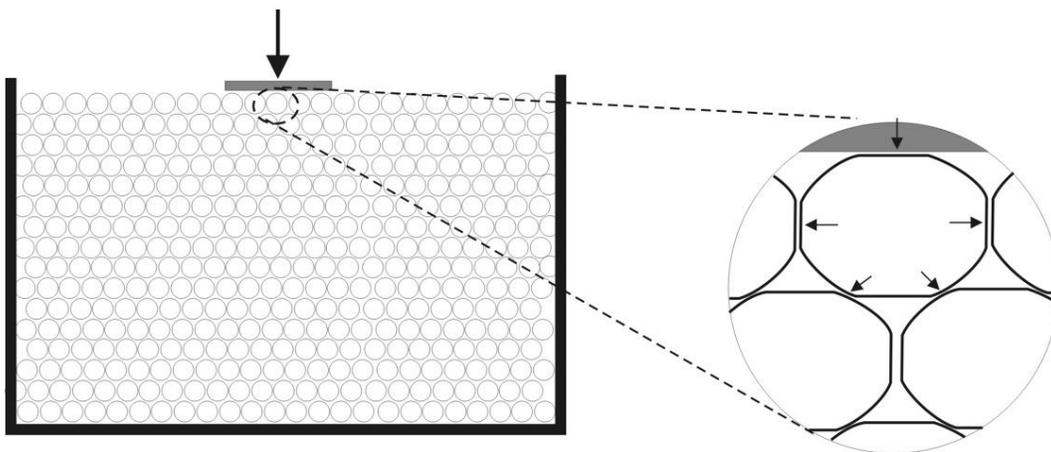


Figura 8-11. Analogía del empuje en todas direcciones usando pelotas de hule

8.3 La estructura cognitiva de la ecuación de continuidad

La estructura cognitiva de la ecuación de continuidad equivale a identificar y ubicar los conceptos previos de la ecuación. En la Figura 5-1 se presenta tal estructura.

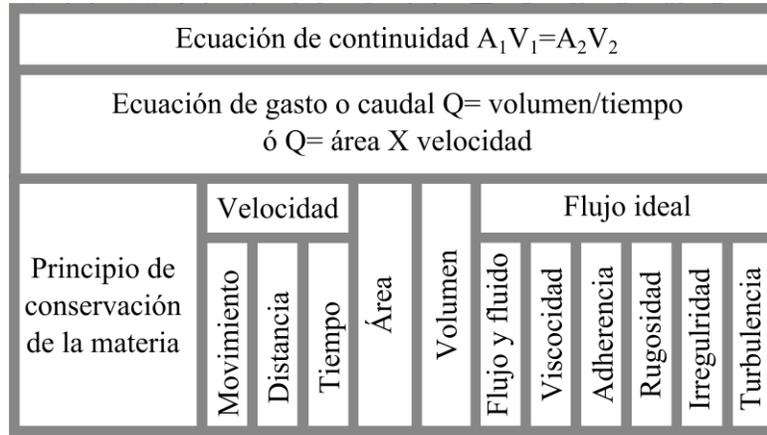


Figura 8-12. Estructura cognitiva de los conceptos de continuidad y gasto

Principio de conservación de la materia

También se puede decir “conservación de la masa”. En mecánica del medio continuo, se acepta la hipótesis de que ante cualquier transformación, la materia siempre se conserva: ni se pierde, ni se crea (Figuroa et al, 2010). Esto puede parecer hasta obvio, pero para cuestiones técnicas se debe tener muy en cuenta y el alumno debe tener bien claro que –y parece que no tendrá mayor problema en entenderlo *significativamente*- el agua que pasa por un tubo, canal o cualquier conducción no se hará más o menos siempre y cuando no tenga aportes o extracciones.

Movimiento

En Mecánica, el estudio del movimiento es un apartado extenso. Este concepto es intuitivamente es simple, pero su reflexión ya no lo es tanto. Afortunadamente, se recuerda que se está trabajando en hidráulica y se puede decir que el movimiento es un cambio de posición en el espacio de algún tipo de materia de acuerdo con un observador físico (Wikipedia). Adviértase la complicación inherente en la explicación del concepto. El alumno debe reflexionar sobre esto mismo: ni siquiera parece necesario explicar el concepto, pero si se pide una definición del mismo, se verá que el tema es más complicado de lo que parece.

Distancia

Es curioso, pero todas las definiciones tienden a ser poco “significativas”. Tal vez sirva mejor que se diga que la distancia simplemente es “el tamaño del espacio entre dos sitios”. ¿Qué ejercicios se le ocurren al profesor para que el alumno aprenda *significativamente* el concepto? Tal vez no sean necesarios.

Tiempo

El tiempo es una magnitud física con la que medimos la duración o separación de acontecimientos, sujetos a cambio, de los sistemas sujetos a observación; esto es, el período que transcurre entre el estado del sistema cuando éste presentaba un estado X y el instante en el que X registra una variación perceptible para un observador (o aparato de medida). Todas las teorías

físicas permiten, fijado un evento, clasificar a los eventos en: (1) pasado, (2) futuro y (3) resto de eventos (ni pasados ni futuros). La clasificación de un tiempo presente es debatible por la poca durabilidad de este intervalo que no se puede medir como un estado actual sino como un dato que se obtiene en una continua sucesión de eventos (Wikipedia).

En el constructivismo, el alumno deja de ser la “tabula rasa” para convertirse en un participante más activo en el proceso de su propia enseñanza. Sería conveniente en este punto, hacer reflexionar a los alumnos sobre el concepto de tiempo. Tal vez con preguntas interesantes que motiven a la reflexión: ¿se puede viajar en el tiempo? Explíquese el por qué de cada respuesta sin importar cuál sea.

También es digno de mención el hecho de que los alumnos –y casi cualquier persona- no tendrá problema para tener una noción intuitiva del concepto “tiempo”, pero se verán en dificultades si se trata de reflexionar sobre el mismo.

Velocidad

Definidos los conceptos de movimiento, distancia y tiempo, se considera no tener problema en entender lo que es la velocidad. La velocidad está en función del tiempo que tarda un objeto en efectuar un movimiento desde una posición a otra, con la condición de que entre dichas posiciones exista una distancia. Formulando la definición simplemente se divide la distancia entre el tiempo.

Área

Ya se ha manejado el concepto: *Área* es el nombre que se le ha dado a una medida que considera el tamaño de la extensión de una superficie.

Volumen

El alumno debe comprender primeramente que el volumen es esencialmente una medida; es la medida del espacio que ocupan los cuerpos. Cabe hacer reflexionar al alumno sobre este concepto: es sencillo concebir que los cuerpos sólidos ocupan un lugar en el espacio, pero ¿cómo se interpreta dicho concepto en los líquidos y los gases? También es importante que el alumno, entienda que no importa la forma del cuerpo, siempre tendrá un volumen definido.

El volumen es una magnitud escalar definida como la extensión en tres dimensiones de una región del espacio (Wikipedia). Es una magnitud derivada de la longitud, ya que se halla multiplicando la longitud, el ancho y la altura.

Flujo y fluido

Las palabras *flujo* y *fluido*, son maneras formales y técnicas de nombrar al escurrimiento y al líquido (o gas), respectivamente. Un fluido es cualquier elemento que “fluya”; es decir que escurra, tal y como sucede con los líquidos y los gases. En hidráulica se puede cambiar el término “fluido” por “agua”, pero el término “flujo” es más común que cualquier otro sinónimo. En la mecánica de fluidos no es correcto hablar de líquidos o gases separadamente, ambos se agrupan en el término “fluido”.

Viscosidad

La viscosidad es el resultado de la cohesión. Ya se ha hablado de los puentes de hidrógeno que son los responsables del comportamiento del agua en estado líquido. La cohesión es la unión que se establece entre las moléculas de agua y que hace que el agua tenga una pequeña resistencia a fluir. La viscosidad siempre existe pero se manifiesta y por tanto se puede medir si el agua se mueve. Esta unión entre las moléculas es la que resiste un poco a que fluya el agua, pero esta pequeña resistencia es la responsable de varios y muy importantes fenómenos en el escurrimiento del agua, que más adelante se explicarán.

Adherencia

La adhesión es la propiedad de la materia por la cual se unen y plasman dos superficies de sustancias iguales o diferentes cuando entran en contacto, y se mantienen juntas por fuerzas intermoleculares (Wikipedia). Esta es la propiedad por la cual el agua “moja” lo que toca.

Rugosidad

Este concepto también debiera ser intuitivo. Los alumnos saben cuando una superficie es rugosa, muy rugosa o lisa. Desde el punto de la ingeniería de materiales, la disciplina que estudia la rugosidad de las superficies es la Topometría, y técnicamente se define a la rugosidad como el conjunto de particularidades geométricas naturales o artificiales que caracterizan una superficie. Pregúntese a los alumnos si el agua tiene rugosidad y pida fundamentos a la respuesta que se tenga (Hinojosa y Reyes, 2001).

Irregularidad

En el diccionario esta palabra no es muy acorde con lo que se quiere decir, pero en hidráulica se usa para hablar de las irregularidades en las paredes, sobre todo de los canales. Se entiende que las irregularidades en una conducción son algo más grandes que lo que se conoce como rugosidad. Sin que se tenga una medida bien definida, puede decirse que la rugosidad de la pared de un conducto es del orden de milímetros y cualquier saliente como una roca o maleza, que sea mayor a un centímetro se considera irregularidad más que rugosidad. Este concepto debe ser muy simple para su comprensión.

Turbulencia

El escurrimiento del agua en tubos y canales –los más comunes conductos para el escurrimiento del agua- se produce con muchas alteraciones: codos, válvulas y varios tipos de accesorios; así como piedras y curvas en los canales. El escurrimiento en estos casos se vuelve turbulento. Se trata del agua escurriendo con desviaciones, choques, remolinos, ondas u olas y cualquier comportamiento del agua contrario a un escurrimiento recto, paralelo a las paredes del conducto que lo contiene. Debe advertirse que no todos los escurrimientos que se desvían o que giran son turbulentos, por ejemplo el vórtice estacionario libre o de Rankine.

Flujo ideal

En mecánica de fluidos el concepto de flujo ideal es importante y a la vez imaginario. Para el planteamiento de la ecuación de continuidad se hace la hipótesis (por simplicidad) de que el agua escurre –fluye- en un conducto infinitamente largo, recto, liso y sin ninguna variación en su sección, ni en su tamaño; no tiene ningún tipo de interacción con las paredes del conducto por el que escurre y tampoco existe ninguna interacción entre las partículas de agua. Es decir, el flujo no es turbulento ni viscoso; no se adhiere a las paredes del conducto y el conducto no tiene

rugosidad ni irregularidades. El alumno comprenderá que esta situación es totalmente irreal; sin embargo, para la comprensión del concepto de gasto y de continuidad es conveniente considerarlo así.

Entendidos los conceptos anteriores, se deberá estar en condición de proceder a las ecuaciones del gasto y de continuidad.

Gasto

La definición de gasto es sencilla; a saber: “cantidad de agua que pasa por una sección en una determinada cantidad de tiempo”. El profesor puede utilizar la analogía de una carretera o una calle por la que circulan carros. Simplemente el gasto sería el número de carros que pasan por un sitio cualquiera (por ejemplo un tope) en un periodo determinado. De esta manera se podría decir que pasan por ejemplo cinco carros por minuto.

Otro ejemplo es que el alumno imagine una fila camionetas que llevan un tanque de un metro cúbico y que el alumno, parado frente a la fila, contabilice el número de camionetas que pasan frente a él. Si pasan treinta camionetas en 30 segundos, entonces se tendrá un gasto de 30 metros cúbicos en 30 segundos. Se acostumbra utilizar la letra Q para evitar escribir la palabra “gasto”. De esta manera, se puede escribir: Gasto= $Q=30$ metros cúbicos por cada 30 segundos

Entra aquí el concepto de división ¿cuántos metros cúbicos le corresponden a cada segundo? Se divide el número de metros cúbicos entre el número de segundos.

$$Q = 30 \text{ metros cúbicos} / 30 \text{ segundos}$$

$$Q = 1 \text{ m}^3/\text{s}$$

8.4 Estructura cognitiva de la ecuación de la energía

Para iniciar la construcción de la estructura cognitiva de la ecuación de la energía, se debe considerar que se tienen varias expresiones de la ecuación, en seguida se muestran (Sotelo 1999).

<p>a) <i>Ecuación de Bernoulli, para una línea de corriente</i></p>	$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = C_1$
<p>b) <i>Ecuación general para una vena líquida</i></p>	$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum_1^2 h_r + \frac{1}{g} \int_1^2 \frac{\partial(\beta V)}{\partial t} ds$
<p>c) <i>Ecuación de Bernoulli para una vena líquida</i></p>	$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$

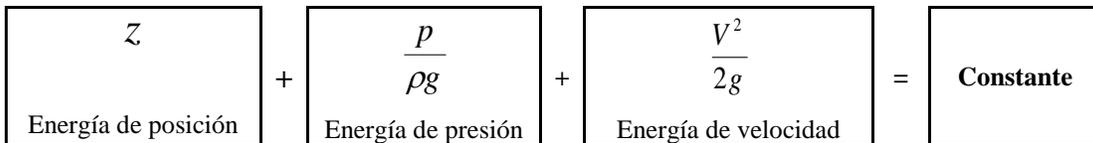
Por sencillez, la ecuación de *Bernoulli para una línea de corriente* es la más adecuada, simplemente por tener menos términos; pero se aplicará a una sección en particular para eliminar el subíndice. Adicionalmente se cambiará el peso específico (γ) por el producto de la densidad (ρ)

gravedad (g), de acuerdo a textos actuales y al Sistema Internacional de Medidas. De tal manera que la ecuación queda como se muestra ecuación (8-1).

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = Constante \quad (8-1)$$

La única diferencia es que la velocidad es representativa de las velocidades de cada una de las partículas de agua que escurren en el conducto. Situación que no es real pero que sirve para la explicación significativa o para construir la estructura cognitiva.

Por otro lado, es conveniente una expresión literal de la ecuación. Se propone la siguiente: “la suma de la energía de posición, más la energía de presión, más la energía de velocidad es constante”; puesto en otra forma:



La explicación se dará aplicando la ecuación de Bernoulli al escurrimiento presurizado, es decir dentro de un tubo trabajando completamente lleno; se propone la estructura cognitiva mostrada en la Figura 8-13.

Ecuación de la energía para un escurrimiento presurizado		
En un escurrimiento presurizado, la sumatoria de las energías de posición, $z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = Constante$ cinética y de presión es constante		
Energía mecánica		Energía de presión
Energía de posición	Energía de velocidad	Escurrecimiento presurizado
Aceleración, masa, gravedad y peso	Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado	Presión
Energía		
Trabajo		
Fuerza	Distancia	

Figura 8-13. Estructura cognitiva de la ecuación de la energía para una vena líquida

8.4.1 Conflictos en la definición del concepto *energía*

Antes de iniciar con el tratamiento de los conceptos previos, se considera conveniente incluir una aclaración sobre el concepto de *energía*. La definición del concepto no es sencilla, como ya lo han admitido diversos investigadores. Por ejemplo Solves (2007), menciona lo siguiente:

El concepto de energía nos es muy familiar por usarse frecuentemente en el lenguaje cotidiano, pero conviene que nos detengamos para aclarar y profundizar en su significado físico. Hay que señalar que, en esta actividad, la idea de energía como “capacidad de un sistema para realizar trabajo” surge sin dificultades aparentes. Algunos autores han señalado que esta idea no es correcta porque todos los sistemas tienen energía y, sin embargo, no todos pueden realizar trabajo (por ejemplo, muchos sistemas tienen sólo energía interna, pero como están a la misma temperatura que el exterior, no pueden producir transformaciones).

Esto les ha llevado a definir la energía como la capacidad de los sistemas para producir transformaciones o cambios. Otros la consideran una propiedad de los sistemas que sólo cambia cuando se producen interacciones, lo cual es cierto, pero no suficiente, porque esto también se puede afirmar de otras magnitudes que se conservan en los sistemas: la cantidad de movimiento, el momento angular, etc. Mejorar esto con el teorema de Emmy Noether que afirma que la energía es *la magnitud que se conserva debido a la invarianza de las leyes de la física respecto a traslaciones temporales* nos llevaría demasiado lejos. Por ello, pensamos que hay suficientes razones, tanto científicas como didácticas, para continuar utilizando con estudiantes de 15 años la idea de energía como capacidad del sistema para producir transformaciones.

Por otro lado Rubio (2012) opina lo siguiente:

El concepto de energía es un concepto físico de gran importancia, tanto en la ciencia como en la ingeniería. En la cotidianidad, se considera la energía en términos del costo de recursos como el petróleo, la electricidad y los alimentos, sin embargo, las consideraciones al respecto del uso de estos recursos no permiten una aproximación al concepto de energía, sólo equivalen a la relación existente entre estos y las posibilidades de aprovechamiento de lo que suministran, que es lo que se llama energía (Serway y Jewett, 2008). Según Puig y Corominas (1990), “en la ciencia definir energía resulta difícil, y más desde que Einstein estableciera la equivalencia entre materia y energía, y algunos científicos defienden la correspondencia entre energía e información”, por tanto, todo se podría relacionar con la energía, sin embargo, esto tampoco ayuda a aproximarnos a comprender lo que es.

Una aproximación a la definición de energía según Valera (2005) viene dada por “la capacidad de la materia para producir un efecto o trabajo”, tanto la energía como el trabajo, son conceptos asociados y a la vez cantidades escalares, esto quiere decir que no tienen dirección. Como la energía no es una cantidad vectorial, sólo tiene magnitud y sentido. En cuanto a la energía de un sistema de cuerpos corresponde a la suma de las energías de cada cuerpo mientras que la energía total de un sistema corresponde a la suma de las magnitudes de las diversas formas de energía que posee el sistema.

Otra opinión interesante se encuentra en Rodríguez y García (2011):

La realidad es que, como indica Solís (1998), la idea de energía no es obvia. El concepto mismo surgió muy tarde y fruto de los numerosos experimentos realizados por físicos eminentes entre 1798 hasta 1850 con la definición del concepto de entropía. Las ideas que surgen tan tarde en la historia de la ciencia tienen siempre dificultades inherentes. Y no es difícil ver por qué esto es así. La energía no se puede ver, no se puede oír, no se puede tocar. En efecto sólo la podemos detectar cuando sufre algún tipo de transformación. ¿Qué es la luz? Energía en tránsito. ¿Qué es el calor? Energía en tránsito ¿Qué es el trabajo? Energía en tránsito. Por otra parte, el diccionario de la lengua española la define como “fuerza, vigor, actividad”, ninguno de los cuales tiene un verdadero significado físico. Y, a su vez, la definición consuetudinaria de “la capacidad de un sistema para producir un trabajo” choca con que es tanto o más difícil el concepto de trabajo como el que se pretende explicar o aclarar. De momento, nos quedaremos con la definición de J.C. Maxwell cuando indicó que la energía es “la marcha de las cosas” (Holton y Brush, 1988).

Lo habitual en el ámbito de la enseñanza es introducir el concepto de energía después del de trabajo mecánico. Esta forma de hacerlo goza de una aprobación generalizada, posiblemente porque, al menos en apariencia o de forma inmediata, evita el definir una magnitud tan abstracta como la energía. El trabajo es una magnitud de la que se puede dar una definición operacional y nos permite tener una fórmula para calcularla. No obstante, ante esta postura generalizada existe una controversia sobre la conveniencia de realizar el desarrollo de este concepto de esta forma. Los partidarios de introducir primero el concepto de trabajo, argumentan que la energía es una idea abstracta inventada por los científicos para resolver problemas cuantitativos en sus investigaciones. Argumentan, asimismo, que el concepto de energía nada tiene que ver con la vida diaria y que como noción científica solamente puede ser aprendida después de algunos conceptos básicos: fuerza y trabajo fundamentalmente. Otros autores (Hierrezuelo y Moreno, 1991) se refieren a la imposibilidad de definir energía de una forma operacional y señalan algunas dificultades de hacerlo a partir del trabajo, fundamentalmente las derivadas de no tener en cuenta los procesos asociados con los intercambios de calor y centrándose sólo en los intercambios mecánicos. Esta vía alternativa propone partir de una definición descriptiva de la energía a la que se vayan incorporando gradualmente los atributos que se consideren necesarios. Los principales atributos que se pueden trabajar son:

- La energía es una propiedad de los sistemas que se pone de manifiesto en las transformaciones.
- Esta propiedad puede transmitirse o transferirse de un sistema a otro.
- La propiedad llamada energía puede manifestarse de manera diferente en los distintos tipos de energía: cinética, potencial, eléctrica, química, etc., pudiéndose transformar de unas en otras.
- La energía se degrada en los procesos de transformación, de manera que existen unas formas que permiten un número mayor de transformaciones que otras.
- La cantidad total de energía se conserva, aunque a veces, dado el proceso de degradación, el efecto práctico es como si se hubiese perdido parte de esa energía.

Una definición de energía que se podría utilizar de forma descriptiva y para comenzar a introducir el concepto podría ser: “la energía es una propiedad de todo cuerpo o sistema material, en virtud de la cual éste puede transformarse, modificando su situación o estado, así como actuar sobre otros originando en ellos procesos de transformación”. De esta manera, quizás se podría evitar un error frecuente entre los aprendices y también en algunos libros de texto que confunden energía con trabajo o energía con calor. Sabemos que esta interpretación no es correcta, ya que sabemos que tanto calor como trabajo son los nombres que le damos a dos tipos de procesos de intercambio de energía: el trabajo como fruto de la transferencia de energía de un sistema a otro mediante una interacción de tipo mecánico y el calor como una transferencia entre dos sistemas que se encuentran a diferentes temperaturas y entonces la interacción es de tipo térmico. El calor y el trabajo es lo que se ha venido en denominar, como indicábamos anteriormente, “energía en tránsito”. A modo de visión de síntesis, presento una figura denominada “diagrama de Thirig” que representa de forma clara las relaciones entre las diferentes formas de energía y también algunos mecanismos que permiten transformar una forma de energía en otra.

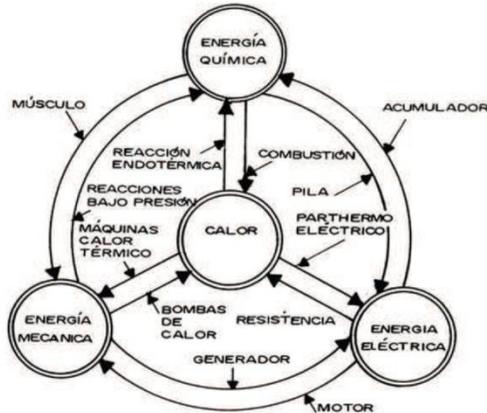


Figura 8-14. Diagrama de Thiring. Fuente: Deleage, J.P; Souchon, C. (1991, p. 163).

Tal vez la dificultad deviene de origen. Primeramente deberá alertarse a los alumnos que así como muchas palabras tienen significado diferente en función del contexto, la energía también tiene esta peculiaridad. Estos contextos son el coloquial y el científico; por lo que el concepto que el alumno tiene de la energía muy probablemente no le servirá para la solución de problemas en clase de física en la escuela y consecuentemente la definición clásica de la energía (capacidad de los cuerpos de producir un trabajo) no le resulte significativa dado que la estructura cognitiva previa no es adecuada.

Por otro lado, el concepto de energía pudiera no ser una propiedad de los cuerpos en sí misma. Tal vez convenga enfocar el tema desde una perspectiva filosófica: se ha atribuido a la naturaleza una capacidad o una propiedad de la materia a la que se le ha llamado “energía”. Supone tal energía una virtud que tienen los cuerpos de hacer algo. ¿Efectivamente tienen los cuerpos energía? ¿No será que el ser humano en su afán de entender la naturaleza ha observado que “pasan” cosas y a la causa de tales eventos le llama energía, pero solo se trata precisamente de un instrumento de entendimiento de la naturaleza, no de una propiedad inherente a la materia?

Se ha dicho que la energía sólo se manifiesta cuando se transfiere... ¿existe realmente algo material que se transfiere de un sistema a otro? No parece que tal cosa sea posible. Refiérase por ejemplo a la definición clásica de energía ya mencionada: “capacidad de un cuerpo de realizar un trabajo”... es decir, capacidad de un cuerpo de mover a otro recorriéndolo una cierta distancia. Cabe una pregunta capciosa: ¿por qué un cuerpo habría de mover a otro? Atiéndase a lo que dice Hewitt (2007) cuando habla sobre el trabajo (entendiendo la energía como la capacidad de realizar un trabajo):

Si subimos un piso con dos cargas, hacemos el doble de trabajo que si subimos sólo una, porque la fuerza necesaria para subir el doble de peso es del doble también. Así mismo, si subimos dos pisos con una carga, en lugar de un piso, hacemos el doble de trabajo porque la distancia es el doble.

Vemos que en la definición de trabajo intervienen tanto una fuerza como una distancia. Un atleta que sujeta sobre su cabeza unas pesas de 1000 N no hace trabajo sobre las pesas. Se puede cansar de hacerlo, pero si las pesas no se mueven por la fuerza que él haga, no hace trabajo *sobre las pesas*. Se puede hacer trabajo sobre los músculos, los cuales se estiran y se contraen, y ese trabajo es la fuerza por la distancia, en una escala biológica; pero ese trabajo

no se hace sobre las pesas. Sin embargo, el levantar las pesas es distinto. Cuando el atleta sube las pesas desde el piso, sí efectúa un trabajo.

Por lo general, el trabajo cae en dos categorías. Una de éstas es el trabajo que se realiza contra otra fuerza. Cuando un arquero estira la cuerda del arco, realiza trabajo contra las fuerzas elásticas de este último. De manera similar, cuando se levanta un pión de un martinete, se requiere trabajo para levantar el pión contra la fuerza de la gravedad. Cuando alguien hace “lagartijas”, realiza trabajo contra su propio peso. Se efectúa trabajo sobre algo cuando se le hace moverse contra la influencia de una fuerza que se opone, la cual a menudo es la fricción.

La otra categoría de trabajo es el que se efectúa para cambiar la rapidez de un objeto. Esta clase de trabajo se hace al acelerar o desacelerar un automóvil. En ambas categorías, el trabajo implica una transferencia de energía.

La pregunta anterior al texto de Hewitt sobre el cuestionamiento de por qué un objeto debería mover a otro (o la pregunta contraria: ¿por qué no?), se hace para reflexionar sobre los ejemplos a los que se recurre para explicar la energía –o el trabajo–; en todos se hace intervenir la fuerza que puede desarrollar una persona; subir un piso con una carga, o dos pisos con una carga, o dos cargas un piso, a levantar unas pesas, o tensar un arco, a hacer flexiones. Esto puede ser poco didáctico porque el alumno puede quedarse con la falsa idea de que solo las personas pueden realizar trabajo. Otro posible inconveniente es que se explique el concepto de trabajo haciendo intervenir la fuerza humana, y los problemas de física, o hidráulica en este caso, no se refieran a actividades humanas. Simplemente refiérase al escurrimiento del agua en una tubería donde no interviene el ser humano directamente.

8.4.2 Conceptos previos de la ecuación de la energía

Según el esquema de la estructura cognitiva de la ecuación de la energía, se deben definir varios conceptos previos. Además se aclara que no se explicará el concepto de *presión* dado que ya se ha hecho para la explicación del Principio de Pascal. De la misma manera, los conceptos previos de fuerza, distancia, masa y gravedad ya se mencionaron anteriormente, por lo que no se incluirán en esta estructura cognitiva

Trabajo

Comúnmente se relaciona el trabajo con asuntos laborales, pero en física el trabajo es una relación de la fuerza y el desplazamiento; y el uso del concepto está ligado a la descripción cuantitativa del movimiento que logra una fuerza cuando actúa sobre un cuerpo. “El trabajo efectuado sobre un cuerpo por una fuerza aplicada de modo constante, es igual al producto de la componente de la fuerza con dirección del movimiento, multiplicada por la distancia sobre la que actúa”.



Figura 8-15. Definición física del concepto *trabajo*

En un caso simple, como en la Figura 8-15, cuando se aplica una fuerza constante que mueve un cuerpo en la misma dirección que el desplazamiento, el trabajo (T) se calcula como el producto de la fuerza (F) por la distancia que se mueve el objeto (d)

$$T = Fd \quad (8-2)$$

Energía

Ya se advirtió sobre la dificultad presente en la intención de definir la energía; sin embargo, desde el punto de vista científico y principalmente didáctico, es conveniente definir a la energía como la *capacidad de los sistemas de producir transformaciones*. Se considera, para el caso de la ecuación de la energía (en hidráulica), que dicha transformación es el concepto físico de *trabajo*. Se considera que esta convención es aceptable dado que se estaría hablando de energía mecánica, que es la suma de la energía potencial más la energía cinética.

Es así que, para este caso, la definición de energía será la siguiente: “capacidad de los cuerpos para realizar un trabajo”. Ello implica necesariamente, que cuando se diga que tal cosa tiene energía, esa tal cosa es capaz, de alguna manera, de mover un cuerpo una cierta distancia aplicando una cierta fuerza.

Aceleración, masa, gravedad y peso

El alumno deberá tener muy claros los conceptos de aceleración, masa, gravedad y peso. La aceleración es un concepto *significativamente* sencillo: si el alumno empuja un automóvil con una fuerza constante, la velocidad del automóvil irá aumentando; a ese aumento de velocidad se le llama *aceleración* (a). Si alguien ha empujado un automóvil sabe que conforme pasa el tiempo, debe aumentar la velocidad mientras aplica la fuerza. Isaac Newton encontró que la magnitud de la fuerza (F) necesaria para aumentar la velocidad de un cuerpo es igual al producto de la masa del cuerpo (m) por la aceleración que se provoca; resultando una de las fórmulas más importantes de la física: $F=ma$.

Otra manera de explicar conceptualmente es la siguiente: Isaac Newton descubrió esta forma de calcular la aceleración y por eso se le llama *la segunda ley de Newton*. Este extraordinario científico realizó muchos experimentos para determinar la ley. Dichos experimentos se relacionan con lo siguiente: si se empuja un tabique con una determinada fuerza, se acelerará dicho tabique a una determinada aceleración, si se aumenta la fuerza al doble, la aceleración también será del doble, respecto del primer valor y así sucesivamente (Figura 8-16 3a); si por el contrario se coloca otro tabique sobre el primero y se aplica la misma fuerza, la aceleración será la mitad de la anterior y si se aumenta un tabique más, la aceleración será de una tercera parte (Figura 8-16 3b).

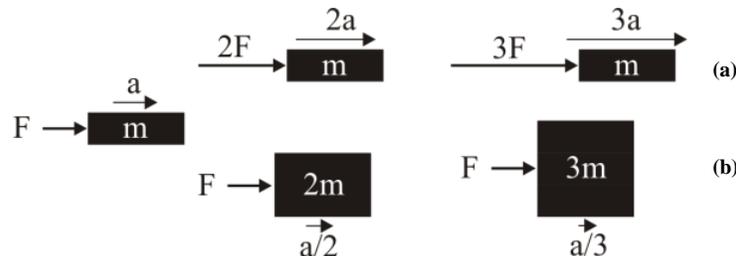


Figura 8-16. Proporcionalidad entre la aceleración con la fuerza y la masa

De tal manera que la aceleración (a) es directamente proporcional a la fuerza (F) e inversamente proporcional a la masa (m); es decir $a=F/m$, si se despeja la fuerza, se obtiene la tan mencionada y famosa segunda ley de Newton: $F=ma$

Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

Si además de todo lo anterior, el objeto se mueve en una trayectoria recta, el movimiento se conoce como *Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado*

Masa, gravedad y peso

En párrafos anteriores ya se trataron los temas de masa (m) y gravedad (g). En cuanto al peso, de la misma manera como sucede en el ejemplo usado anteriormente, en donde se indica que la aceleración es el cambio de velocidad de un automóvil sujeto a una fuerza, se puede afirmar que la fuerza que se aplica a un cuerpo que cae es la gravedad. Se debe aclarar lo siguiente: la gravedad como tal es una interacción entre la materia, que se manifiesta como la atracción entre todos los cuerpos, pero para este caso, se ha definido como la fuerza de atracción de la tierra sobre los cuerpos que se encuentran sobre su superficie o cerca de ella. Sin embargo para formalizar o “formularizar” lo que se emplea es la aceleración que causa dicha fuerza sobre los cuerpos (Galileo genialmente encontró que todos los cuerpos, en el vacío, caen a la misma velocidad y adquieren la misma aceleración sin importar su forma ni tamaño, Levi 1985). Cuando se habla de *gravedad* se hace referencia, normalmente, a la aceleración gravitatoria (9.81 m/s^2), no a la fuerza de gravedad, propiamente dicha, en este caso, gravedad terrestre. En lo subsecuente se utilizará la palabra gravedad en el entendido que se hace referencia a la aceleración gravitatoria

Ahora se está en condiciones de explicar lo que es el peso de los cuerpos. Debe decirse primeramente, y esto debe quedar muy claro: el peso es una fuerza. Recuérdese nuevamente el ejemplo de una persona empujando constantemente a un automóvil, el automóvil irá aumentando de velocidad (acelerando) y dicha aceleración será constante si la fuerza que se aplica es permanente y constante. El ejemplo se modifica un poco y se debe ahora imaginar un cuerpo que cae, la fuerza que lo hace caer es la fuerza de gravedad y dicha fuerza es permanente y prácticamente constante. Ahora recuérdese la segunda ley de Newton que dice que la fuerza es igual a la masa por la aceleración ($F=ma$); se puede sustituir la fuerza por el peso (W) y la aceleración por la aceleración de la gravedad (g). Así la fórmula se transforma en $W=mg$.

En conclusión, lo que debe quedar muy claro para el alumno es lo siguiente:

El peso de un cuerpo, es la magnitud de la fuerza con que la tierra lo atrae y se puede calcular multiplicando su masa por la gravedad.

8.5 La estructura cognitiva de la ecuación de cantidad de movimiento y sus conceptos previos

Varios aspectos no se han contemplado en las clases de la materia de hidráulica, ni en los libros de relacionados con el tema; tales aspectos son los siguientes.

- a) Se ha llamado “Ecuación de Cantidad de Movimiento” a una ecuación que no es tal.
- b) No se explica conceptualmente la cantidad de movimiento.
- c) No se hace énfasis en que la cantidad de movimiento solo es importante, para este caso, cuando se considera su variación.
- d) No se ha manejado el concepto de **Impulso**, que es más claro para la deducción.

- e) No se hace distinción entre la aplicación del concepto de cantidad de movimiento en los sólidos –que resulta muy intuitivo- y su aplicación en los fluidos, que no es intuitivo.

En consecuencia, se propone (como en los casos anteriores) el manejo de la estructura cognitiva (Figura 8-17) para la Cantidad de Movimiento y considerar la propuesta Ausubeliana del aprendizaje significativo y los conceptos previos.

Primeramente se debe mencionar que la ecuación de cantidad de movimiento se calcula multiplicando la masa de un cuerpo por la velocidad, por lo que sus unidades son unidades de masa por unidades de longitud entre unidades de tiempo. En el sistema Internacional sus unidades son k.m/s. Como puede observarse en la Figura 8-17 la llamada “ecuación de cantidad de movimiento”, tiene unidades de fuerza. Así que claramente no es la ecuación de cantidad de movimiento. Así que dicha ecuación debería llamarse de otra manera, tal vez “ecuación de la fuerza” ya que en la ingeniería hidráulica se utiliza cuando se quiere conocer algo sobre las fuerzas que ejerce el agua sobre superficies en virtud de su movimiento. Por ejemplo la fuerza sobre el atraque en una bifurcación. Sin embargo, se le seguirá llamando ecuación de la cantidad de movimiento, dado su uso generalizado.

Ecuación de cantidad de movimiento para el agua $F=\rho QAV$					
Cantidad de movimiento		Impulso=fuerza por tiempo		Gasto	
Masa	Velocidad	Fuerza	Tiempo	Volumen	Tiempo

Figura 8-17. Estructura cognitiva para la ecuación de cantidad de movimiento

Los siguientes conceptos no se explican en este apartado, puesto que ya se han explicado en las otras ecuaciones: *Fuerza, Tiempo, gasto, volumen y velocidad.*

Cantidad de Movimiento (en los sólidos)

Los cuerpos que se mueven e impactan con algo producen mayor efecto de choque en función de que: (a) son muy grandes; (b) van muy rápido y (c) la combinación: son grandes y van muy rápido. Cualquiera puede detener con una mano a una mosca que va a 10 km/hr, inténtese lo mismo con un autobús que viaja a la misma velocidad. Un buque petrolero (que son inmensos, de varios miles de toneladas de peso) detienen sus motores unos 25 km antes de llegar a puerto. La cantidad de movimiento del buque es muy grande, dado que su masa es igualmente muy grande aunque la velocidad sea muy baja. Para que una bala tenga el mismo orden de magnitud de cantidad de movimiento deberá avanzar a miles de metros por segundo. Se deduce fácilmente la importancia de este concepto.

Impulso

Este concepto no se ha manejado explícitamente en la deducción de la ecuación de cantidad de movimiento. Se considera que para la comprensión conceptual de la cantidad de movimiento es muy conveniente trabajar con este concepto. Se cita textualmente a Hewitt (2007):

Si la cantidad de movimiento de un objeto cambia, entonces pueden cambiar su masa, su velocidad o ambas. Si la masa permanece igual, como es el caso más frecuente, entonces la velocidad cambia y se presenta una aceleración. Pero ¿qué produce esa aceleración? La respuesta es *una fuerza*. Cuanto mayor sea la fuerza que actúa sobre un objeto, mayor será el cambio de velocidad y, en consecuencia, mayor será la cantidad de movimiento. Pero hay algo más que importa cuando cambia la cantidad de movimiento: el tiempo, es decir, durante cuánto tiempo actúa la fuerza. Aplica una fuerza durante un tiempo corto a un automóvil parado y producirás un cambio pequeño de su cantidad de movimiento. Aplica la misma fuerza durante largo tiempo y resultará en un mayor cambio de su cantidad de movimiento. Una fuerza sostenida durante un largo tiempo produce más cambio de cantidad de movimiento, que la misma fuerza cuando se aplica durante un breve lapso. Así, para cambiar la cantidad de movimiento de un objeto importan tanto la magnitud de la fuerza como el tiempo durante el cual actúa la fuerza. El producto de la *fuerza X el intervalo de tiempo* se llama **impulso**. O bien, en notación compacta:

$$\text{Impulso} = Ft \quad (8-3)$$

Cuanto mayor sea el impulso que se ejerce sobre algo, mayor será el cambio en la cantidad de movimiento. La relación exacta es:

Impulso = cambio en la cantidad de movimiento



Podemos expresar todos los términos de esta relación en notación compacta, introduciendo el símbolo delta, Δ (una letra del alfabeto griego que se usa para indicar “cambio de” o “diferencia de”):

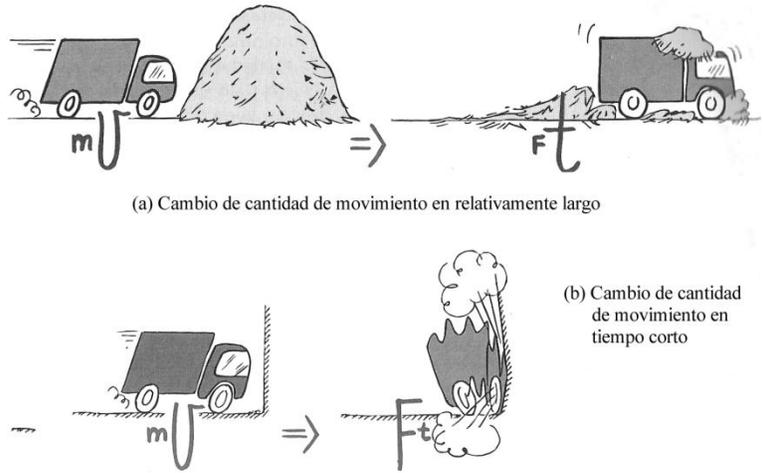
$$Ft = \Delta(mv) \quad (8-4)$$

La relación entre impulso y cantidad de movimiento ayuda a analizar muchos ejemplos en los que actúan las fuerzas actúan y cambia el movimiento. A veces se puede considerar que el impulso es la causa de un cambio de movimiento. En algunas otras se puede considerar que un cambio de la cantidad de movimiento es la causa de un impulso. No importa la forma en que uno se lo imagine. Lo importante es que el impulso y la cantidad de movimiento siempre vienen relacionados.

El cambio de la cantidad de movimiento y la aplicación del concepto en los líquidos

Como se indicó, en el material que se ha analizado no se encuentra comentario alguno sobre la diferencia que se tiene en la cantidad de movimiento de un objeto sólido y el mismo concepto en los líquidos. En el citado texto de Hewitt (2007), se presentan varios ejemplos muy prácticos de este tema. Por ejemplo, se analiza un auto al que le corresponde una cierta magnitud de cantidad

de movimiento en virtud de su masa y su velocidad y su correspondiente cambio de cantidad de movimiento al detenerse bruscamente chocando con una pared o al detenerse suavemente al chocar con un montón de paja (Figura 8-18); el autor utiliza las figuras para explicar que un cambio de cantidad de movimiento que se realiza en largo tiempo, involucra poca fuerza (el auto chocando con un montón de paja); mientras que un cambio de movimiento realizado en muy corto tiempo involucra grandes fuerzas (el auto chocando con una pared).



(a) Cambio de cantidad de movimiento en relativamente largo

(b) Cambio de cantidad de movimiento en tiempo corto

Figura. 1.

Figura 8-18. Cambios de cantidad de movimiento (lento y rápido)

Para hablar sobre la forma diferente en que se aplica la cantidad de movimiento a los sólidos y a los líquidos, se utilizará sólo la Figura 8-18 (a), imaginando que el auto no se detiene. En estas condiciones la cantidad de movimiento cambiará después de pasar por el montón de paja, dado que disminuyó su velocidad. De manera similar se considerará un escurrimiento de agua en un conducto. Se imaginará que se tiene un conducto que se estrecha y que el agua avanza en bloques imaginarios como los ilustrados en la Figura 8-19.

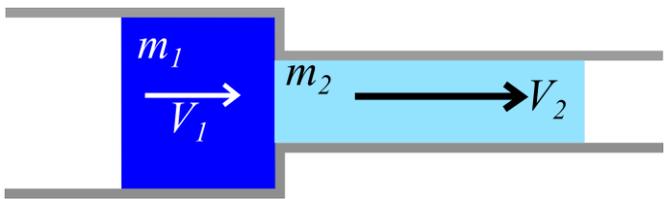


Figura 8-19. Cambio de cantidad de movimiento en un escurrimiento a través de una contracción

En el tiempo t_1 , el bloque de agua se encuentra antes de la contracción en el conducto, escurre con una velocidad V_1 y tiene una masa m_1 ; en el tiempo t_2 , se encuentra delante de la contracción y adquiere ahora la velocidad V_2 , y tiene una masa m_2 ; de conformidad con la ecuación de continuidad, las masas de los bloques deben ser iguales (no hay aportes ni extracciones en el conducto) y lo que debe variar es la velocidad, que en este caso sería mayor y consecuentemente la cantidad de movimiento también será mayor. Por cierto, este es el efecto en un chiflón, el agua sale más rápido, o más correctamente, con mayor más cantidad de movimiento por la contracción del conducto a la salida del mismo.

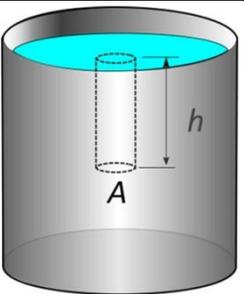
9 Transposición didáctica. Deducciones simplificadas de las ecuaciones principales de la hidráulica.

9.1 Deducción de la ecuación fundamental de la hidrostática con una columna líquida

En la ingeniería hidráulica, la ecuación más utilizada para fines de diseño de obras hidráulica en las que se involucra la presión hidrostática es la denominada “ecuación fundamental de la hidrostática”. En la deducción usada en los cursos de hidráulica se parte del análisis de fuerzas en un elemento infinitesimal de fluido en el que se estima la variación de la presión en direcciones alineadas con un eje cartesiano espacial. Se consideran todas las fuerzas de cuerpo a las que está sometido el elemento y al considerar que está en equilibrio la suma de dichas fuerzas debe ser cero. Con ello se llega a las conocidas ecuaciones estáticas de Euler. Después se considera que la única fuerza de cuerpo es la gravedad y con ello se llega a una ecuación diferencial donde la variación de la presión en la dirección vertical es igual al peso específico. Después se integra y se llega a la ley de Pascal, finalmente la ley de Pascal se aplica a un cuerpo de agua con su superficie a presión atmosférica, misma que convencionalmente se asigna como cero, para llegar a la mencionada ecuación fundamental de la hidrostática.

Como se aprecia, el camino es difícil y se torna mucho más complicado cuando esta deducción se presenta a alumnos de recién ingreso a la carrera. Afortunadamente se cuenta con otra deducción mucho más sencilla (Kay, 2007) y que lleva a la misma ecuación. Esta deducción se puede presentar en la Tabla 9-1.

Tabla 9-1. Deducción de la ecuación fundamental de la hidrostática

	Conceptualización		Álgebra	
	La presión (P) en la base de la columna imaginaria de la figura, es el peso de la columna (W) entre el área (A).			$P = \frac{W}{A}$
El peso de la columna se calcula como la masa (m) por la aceleración de la gravedad (g)			$W = mg$	(b)
La masa también es igual al volumen (Vol) de la columna por la densidad del agua (ρ)			$m = Vol \rho$	(c)
Sustituyendo (c) en (b)			$W = mg = Vol \rho g$	(d)
En este caso el volumen de la columna es el área de la base (A) por la altura (h)			$Vol = Ah$	(e)
Sustituyendo (e) en (d)			$W = Ah \rho g$	(f)
Sustituyendo ahora (f) en (a)			$P = \frac{Ah \rho g}{A} = \frac{A}{A} h \rho g$	(g)
Se elimina algebraicamente el área. Cualquier cantidad dividida entre sí misma es la unidad.			$P = h \rho g$	(h)
La presentación más común de la fórmula involucra al peso específico (γ) y el peso específico es la densidad por la gravedad			$\gamma = \rho g$	(i)
Finalmente se sustituye (i) en (h) y queda la ecuación fundamental de la hidrostática.			$P = \gamma h$	(9-1)

La ecuación (9-1) en la tabla del mismo número, se usa en ingeniería para calcular la presión en cuerpos sumergidos en el agua, en las paredes o en el fondo. Por ejemplo, en el fondo de una presa o para calcular la fuerza total que debe soportar un muro de un tanque para agua, así como muchos ejemplos más. Las unidades pueden ser newtons sobre metro cuadrado.

9.2 Deducción de gasto (o caudal)

Ya se mencionó que la definición de gasto es muy intuitiva, a saber: “cantidad de agua que pasa por una sección en una determinada cantidad de tiempo”. La manera de calcular el gasto es simple: se divide el volumen de agua que escurre entre un periodo de tiempo.

$$Q = \frac{\text{Volumen}}{\text{Tiempo}} \quad (9-2)$$

Sin embargo, para calcular el gasto en corrientes a superficie libre o presurizadas, se multiplica la velocidad media del agua por el área ($Q=AV$). A esta fórmula se le llama *Ecuación de Castelli*, dado que a él se atribuye su planteamiento original. En seguida se muestra cómo se pasa de una formulación a otra.

Se puede imaginar que en un escurrimiento dentro de una conducción, el agua avanza en bloques a una cierta velocidad (Figura 9-1); y aún más, se puede imaginar que dicha conducción es cuadrada o circular (figura b) o incluso se tiene escurrimiento en un canal de forma trapezoidal (figura c). La explicación y desarrollo se presentan en la Tabla 9-2.

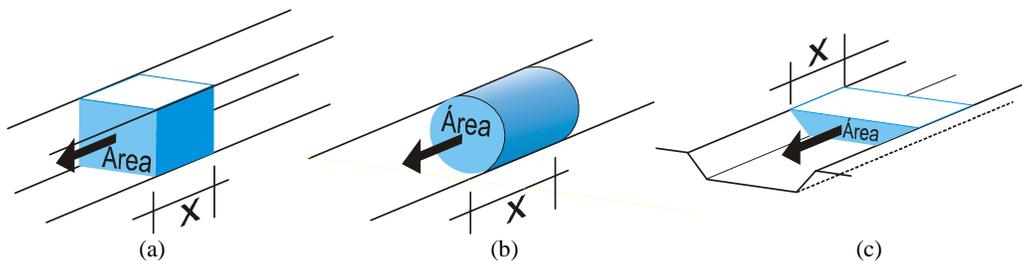


Figura 9-1. Diferentes formas de una conducción

Tabla 9-2. Explicación y desarrollo de la ecuación de gasto o caudal

Conceptualización	Álgebra	
El gasto (Q) es el volumen (Vol) sobre el tiempo (t)	$Q = \frac{Vol}{t}$	(a)
El volumen se puede calcular como el área por una profundidad. Como puede apreciarse en la figura Figura 9-1 , los tres volúmenes se pueden definir como el área, identificada por la letra A , y la profundidad por una x .	$Vol = Ax$	(b)
Sustituyendo (b) en (a)	$Q = \frac{Ax}{t}$	(c)
Siendo x , una distancia y al quedar dividida entre el tiempo, naturalmente surge el concepto de velocidad (V)	$V = \frac{x}{t}$	(d)
Sustituyendo (d) en (c) se obtiene la ecuación de continuidad.	$Q = AV$	(9-3)

De aquí que el gasto se pueda calcular multiplicando el área, que en este caso se llama área hidráulica y se puede identificar en la Figura 9-1. Esto hace mucho más sencillo estimar la cantidad de agua escurriendo por una conducción, no importa si es muy grande.

9.3 Deducción de la ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad se deriva directamente del principio de conservación de masa. Para los fines de comprensión de los conceptos se hace la aclaración siguiente: el flujo en una conducción, como las ilustradas en las opciones *a, b* y *c* de la Figura 9-1, no tiene aporte ni extracción y el único fenómeno que ocurre es el escurrimiento o flujo, por lo tanto aplica totalmente el principio: ante cualquier transformación, la materia no se crea ni se destruye. En una sección 1 el gasto que escurre, al que se le puede llamar Q_1 , es igual al gasto que escurre en una sección 2 y al que se le puede llamar Q_2 , y como cada gasto es la multiplicación del área por la velocidad, se puede decir que el producto del área en la sección 1, por la velocidad en la misma sección, debe ser forzosamente igual al producto del área en la sección 2 por la velocidad en esa misma sección, siempre y cuando, como ya se mencionó, no se tenga ni ingreso ni salida del agua entre las dos secciones.

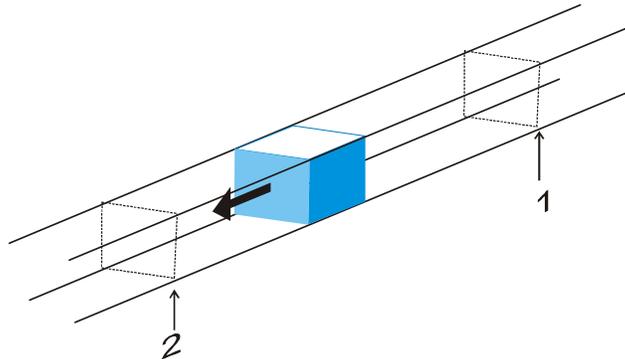


Figura 9-2. Escurrimiento a través de dos secciones

En fórmulas se tiene:

$$Q_1 = A_1V_1 = Q_2 = A_2V_2$$

En las ecuaciones anteriores se cumple que los productos de las áreas por las velocidades son iguales, es decir:

$$A_1V_1 = A_2V_2 \quad (9-4)$$

Expresión conocida como “ecuación de continuidad”; en ella se observa que si el conducto por el que escurre el agua no cambia, la expresión resulta hasta obvia, pero si se tienen ampliaciones o reducciones en el conducto la igualdad debe mantenerse. De manera que si el área se reduce, la velocidad debe aumentar y viceversa para que se mantenga la igualdad. Esto se cumple solamente para aquellos casos en los que es posible mantener el gasto constante, ya que si A_2 disminuye en gran medida, por ejemplo a magnitudes infinitesimales, la velocidad V_2 tendería a aumentar a magnitudes exorbitantes; y para ello se requeriría contar con muy alta energía en A_1 . Lo que normalmente sucede ante disminuciones importantes en A_2 es que el gasto también decrece de manera importante.

9.4 Deducción de la ecuación de la energía (de Bernoulli)

Como se mencionó anteriormente, por sencillez se utiliza la ecuación de *Bernoulli para una línea de corriente* (8-1) que se presenta nuevamente.

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = \text{Constante}$$

Y se utiliza la expresión literal de la ecuación, también ya mencionada.

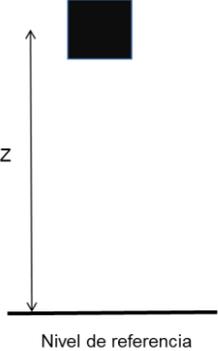
z Energía de posición	+	$\frac{p}{\gamma}$ Energía de presión	+	$\frac{V^2}{2g}$ Energía de velocidad	=		Constante
----------------------------	---	--	---	--	---	--	------------------

También se mencionó que para nuestro caso la energía es la capacidad de los cuerpos para realizar un trabajo.

9.4.1 Energía de posición

La expresión “energía de posición” se ha usado en hidráulica en sustitución de la frase “energía potencial” de uso común en la física. El agua adquiere este tipo de energía en virtud de estar a una cierta altura ya que puede caer y al hacerlo puede realizar un trabajo. También se debe mencionar que la energía potencial que adquiere un cuerpo al tener cierta altura es *energía potencial gravitacional*, dado que la fuerza usada para subirla a esa cierta altura “venció” a la gravedad. El desarrollo se presenta en la Tabla 9-3.

Tabla 9-3. Deducción de la ecuación de la energía potencial gravitacional

	Conceptualización		Álgebra	
	La energía potencial (gravitacional) (E_p) se adquiere cuando un objeto es “elevado” a una cierta altura y esa elevación (z) implicó un trabajo (T) y el trabajo es fuerza (F) por distancia (d).	$E_p = T = Fd$		(a)
	La fuerza que se tiene que aplicar es igual al peso del cuerpo (w),	$F = w$		(b)
	El peso se puede expresar como la masa (m) del cuerpo por la aceleración de la gravedad (g):	$w = mg$		(c)
Por lo tanto la energía potencial (gravitacional) es la multiplicación del peso (w) -expresado como el producto de la masa (m) por la gravedad (g)- y por la distancia (d) que en este caso es la elevación (z).	$E_p = mgz$		(9-5)	

9.4.2 Energía cinética o de velocidad

La energía cinética es aquella capacidad que tiene la materia para producir un trabajo en virtud de su movimiento, por lo tanto todo cuerpo en movimiento tiene energía cinética. Por ejemplo, una persona cuando camina o corre, un avión en pleno vuelo o al momento de adquirir velocidad para su despegue, una corriente de agua, un disco que gira, la rueda de la fortuna, un pájaro al volar, una canica al rodar por el suelo, una manzana que cae de un árbol y, en fin, todo aquello que está en movimiento tiene energía cinética.

Seguramente se habrá observado cómo unos cuerpos tienen movimiento de traslación y otros de rotación, o una combinación de ambos. Se dice que un cuerpo presenta un movimiento de traslación cuando todas sus partes siguen una dirección constante, por ejemplo un avión en vuelo, o una piedra cayendo al suelo desde la cima de un precipicio; en estos casos, la energía cinética tiene otro adjetivo: energía cinética de traslación.

Un cuerpo tiene movimiento de rotación cuando lo lleva a cabo alrededor de una recta llamada eje de rotación, cuyos puntos permanecen inmóviles, por ejemplo una rueda de la fortuna, un disco compacto, un engrane o una polea fija. Hay cuerpos con movimiento de traslación y rotación, tal es el caso de la Tierra y también el de un yoyo. Es claro que la energía a la que se hace referencia en este caso, es la energía cinética de traslación.

Considérese el importante postulado siguiente: *la energía cinética de traslación (E_{ct}) es igual al trabajo realizado para llevar un cuerpo desde el reposo hasta una cierta velocidad (o desde una cierta velocidad hasta una mayor o menor)*. Con esto en mente se puede llegar a la ecuación de la energía cinética de traslación como se presenta a continuación.

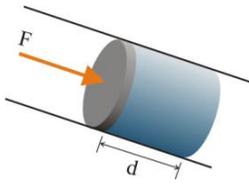
Tabla 9-4. Deducción de la ecuación de la energía cinética de traslación

Conceptualización	Álgebra	
De la igualdad entre la energía cinética de traslación y el trabajo, se deduce la expresión matemática de la primera:	$E_{ct} = T = Fd$	(a)
De la Segunda Ley de Newton se tiene que:	$F = ma$	(b)
Sustituyendo la ecuación <i>b</i> en <i>a</i> resulta:	$E_{ct} = mad$	(c)
En un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA), cuando un cuerpo se acelera desde el reposo, la distancia se calcula con la expresión:	$d = \frac{1}{2}at^2$	(d)
Sustituyendo la ecuación <i>d</i> en <i>c</i> :	$E_{ct} = \frac{1}{2}m(at)^2$	(e)
Se sabe también que en un MRUA cuando un cuerpo se acelera desde el reposo, la velocidad que adquiere al cabo de cierto tiempo es:	$v = at$	(f)
Elevando al cuadrado la ecuación <i>f</i> se tiene:	$v^2 = (at)^2$	(g)
Por lo que al sustituir la ecuación <i>g</i> en <i>e</i> , se obtiene una manera de calcular la energía cinética de traslación:	$E_{ct} = \frac{1}{2}mv^2$	(9-6)

9.4.3 Energía de presión

Una porción de agua escurriendo por un conducto tiene agua adelante y agua atrás; aunque parece redundante, este hecho es fundamental porque se tiene transmisión de presión del agua de antes y transmisión de presión hacia el agua de adelante sin importar que el agua esté en movimiento; simplemente se aplica la parte del principio de Pascal en la que se dice que la presión se transmite en todas direcciones y esa presurización se transmite a todo el conducto. Ya se habrá notado que se acostumbra nombrar a la energía en función del tipo de fuerza que genera el trabajo. En este caso la fuerza viene de la presión del agua, por lo que a la energía se le conoce como *energía de presión*. El agua está escurriendo y lo que la hace avanzar es la fuerza relacionada con la presión que está “detrás” de ella. Se puede explicar sin incurrir en errores, y a pesar de ser una abstracción, que la porción de agua es empujado por un émbolo, que a su vez es empujado por la fuerza; para continuar refiérase a la Tabla 9-5.

Tabla 9-5. Deducción de la ecuación de la energía de presión.

	Conceptualización		Álgebra	
	Energía (E) es la capacidad de realizar un trabajo (T)			$E=T$
Trabajo es igual a fuerza (F) por distancia (d)			$T=Fd$	(b)
La fuerza es el resultado de la presión (P) y la presión es fuerza sobre área (A)			$P = \frac{F}{A}$	(c)
Despejando la fuerza			$F = PA$	(d)
Sustituyendo en b , y recordando que se determina el tipo de energía en función del tipo de fuerza que genera el trabajo. En este caso es la fuerza relacionada con la presión, por lo tanto la energía será del tipo <i>energía de presión</i> (Ep)			$T=PA d=Ep$	(e)
Pero el área por la distancia, es un volumen (Vol), por lo tanto:			$Ep=PVol$	(f)
Si el volumen es la masa entre la densidad, la ecuación (8) se puede escribir como:			$Ep = \frac{Pm}{\rho}$	(9-7)

No se tendrá problema para indicar como se puede calcular la energía total, simplemente se deberán sumar las energías de posición, cinética de traslación y de presión, dado que las tres energías están presentes en un escurrimiento presurizado. Es decir, se deberán sumar las ecuaciones (9-5), (9-6) y (9-7), y a tal sumatoria se le suele llamar, naturalmente, *Energía Total* (ET):

$$ET = Epg + Ect + Ep = mgh + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{Pm}{\rho}$$

Si se quiere aplicar directamente la ecuación, se tendrá problema para saber para qué masa o para qué volumen se harán los cálculos, para simplificar se puede dividir todo entre el peso (w) mismo que se puede expresar como la masa por la gravedad (mg), por lo que la energía total queda expresada por unidad de peso.

$$\frac{ET}{w} = h + \frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\rho g}$$

Dado que no importan los valores que adquieran cada una de las energías del segundo miembro, invariablemente la sumatoria será igual; es decir que la sumatoria de todas las energías en cada sección del escurrimiento presurizado será la misma energía total, por unidad de peso.

$$h + \frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\rho g} = Constante \quad (9-8)$$

De esta manera, se ha llegado a la ecuación de la energía o de Bernoulli.

9.5 Deducción de la ecuación de cantidad de movimiento

En hidráulica, la ecuación de cantidad de movimiento se utiliza para calcular una fuerza (F) e indica que dicha resultante es igual a la multiplicación de la densidad (ρ), por el gasto o caudal (Q) y por la variación de la velocidad (Δv).

$$F = \rho Q \Delta v \quad (9-9)$$

Si el concepto original es la simple multiplicación de la masa por la velocidad de un objeto ¿por qué tiene otras variables en los líquidos? A continuación se presenta la deducción simplificada de la cantidad de movimiento en hidráulica para aclarar esto.

Tabla 9-6. Deducción simplificada de la ecuación de cantidad de movimiento en un escurrimiento del agua

Conceptualización	Álgebra	
El impulso es la aplicación de una fuerza (F) durante un tiempo (t)	$Impulso = Ft$	(a)
La cantidad de movimiento (CM) de un objeto es el producto de su masa (m) por su velocidad (v)	$CM = mv$	(b)
La aplicación de un impulso a un objeto provoca un cambio (Δ) en su cantidad de movimiento	$Ft = \Delta CM = \Delta(mv)$	(c)
Cuando la masa no varía, se puede sacar del paréntesis, sólo cambiaría la velocidad.	$Ft = m\Delta v$	(d)
El objeto en este caso puede ser un bloque de agua que escurra en un conducto; por lo tanto, la masa del bloque es igual al volumen (Vol) del mismo por la densidad del agua (ρ).	$m = Vol\rho$	(e)
Sustituyendo e en d y pasando el tiempo (t) al segundo miembro (lo que está multiplicando pasa dividiendo)	$F = \rho \frac{Vol}{t} \Delta v$	(f)
Pero el gasto o caudal (Q) es precisamente el volumen entre el tiempo, por lo tanto la ecuación f , queda como la habitual presentación de la cantidad de movimiento aplicada a un volumen de control, donde F se considera la resultante de fuerzas que actúa en el volumen de control y en la dirección de análisis.	$F = \rho Q \Delta v$	(9-10)

10 La historia como una estrategia didáctica de la hidráulica

La historia de la hidráulica y particularmente la historia de sus ecuaciones básicas, son una herramienta más para el desarrollo de una didáctica de la hidráulica. El alumno tendrá un nuevo enfoque, adicional al razonamiento meramente técnico, si conoce las anécdotas, los errores de los investigadores y los eventos relevantes, de manera que perciba la hidráulica con menos aridez y tenga una actitud más dispuesta para comprender los conceptos técnicos.

El material aquí presentado se obtuvo del libro del Dr Levi "El agua según la ciencia, excepto en donde se indique otra referencia. Simplemente se ordenó cronológicamente y se agrupó por temas relacionados con cada ecuación.

10.1 El principio de Pascal: historia del concepto o historia de la presión

10.1.1 Arquímedes y la corona de Hierón

Hablar de la Hidrostática y del principio de Pascal es hablar de lo mismo; averiguar sobre la historia de una equivale a averiguar sobre la historia del otro. Así que se debe comenzar con quien creó la Hidrostática:

¿Por qué ciertos cuerpos flotan y otros se hunden? Para contestar a esta pregunta, Arquímedes creó la Hidrostática. Se trata de un invento exclusivamente suyo, que salió de su cerebro hecho y derecho, como Palas Atenea de la cabeza de Zeus, y que está expuesto en el pequeño tratado *De los cuerpos flotantes*, conjunto de dos libros en los que la materia se presenta con lógica impecable, como si fuese geometría.

Dándose cuenta de que la característica física fundamental de los fluidos, por lo que a su estática se refiere, es la presión, empieza el primer libro postulando, o sea admitiendo sin demostrar, dos propiedades de ella: siempre que el fluido sea continuo y uniforme, a) si hay diferencia de presiones entre dos partes contiguas, la de mayor presión empuja hacia delante a la de menor y b) cada una de las partes está sujeta a la presión del fluido que está encima (en dirección vertical). Luego establece como base de toda su teoría una proposición genial: que la superficie libre de todo fluido en reposo es una esfera cuyo centro es el centro de la tierra.

Una de las anécdotas más conocidas sobre Arquímedes cuenta cómo inventó un método para determinar el volumen de un objeto con una forma irregular. De acuerdo con Vitruvio, Hierón II ordenó la fabricación de una nueva corona con forma de corona triunfal, y le pidió a Arquímedes determinar si la corona estaba hecha sólo de oro o si, por el contrario, un orfebre deshonesto le había agregado plata en su realización. Arquímedes tenía que resolver el problema sin dañar la corona, así que no podía fundirla y convertirla en un cuerpo regular para calcular su masa y volumen, y a partir de ahí, su densidad. Mientras tomaba un baño, notó que el nivel de agua subía en la bañera cuando entraba, y así se dio cuenta de que ese efecto podría ser usado para determinar el volumen de la corona. Debido a que el agua no se puede comprimir, la corona, al ser sumergida, desplazaría una cantidad de agua igual a su propio volumen. Al dividir el peso de la corona por el volumen de agua desplazada se podría obtener la densidad de la corona. La densidad de la corona sería menor que la densidad del oro si otros metales menos densos le hubieran sido añadidos. Cuando Arquímedes, durante el baño, se dio cuenta del descubrimiento, se dice que salió corriendo desnudo por las calles, y que estaba tan emocionado por su hallazgo que olvidó vestirse. Según el relato, en la calle gritaba "¡Eureka!" (en griego antiguo: "εὕρηκα" que significa "¡Lo he encontrado!")

Sin embargo, la historia de la corona dorada no aparece en los trabajos conocidos de Arquímedes. Además, se ha dudado que el método que describe la historia fuera factible, debido a que habría requerido un nivel de exactitud extremo para medir el volumen de agua desplazada.

En lugar de esto, Arquímedes podría haber buscado una solución en la que aplicaba el principio de la hidrostática conocido como el principio de Arquímedes, descrito en su tratado *Sobre los cuerpos flotantes*. Este principio plantea que todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje de abajo hacia arriba igual al peso del fluido desalojado. Usando este principio, habría sido posible comparar la densidad de la corona dorada con la de oro puro al usar una balanza. Situando en un lado de la balanza la corona objeto de la investigación y en el otro una muestra de oro puro del mismo peso, se procedería a sumergir la balanza en el agua; si la corona tuviese menos densidad que el oro, desplazaría más agua debido a su mayor volumen y experimentaría un mayor empuje que la muestra de oro. Esta diferencia de flotabilidad inclinaría la balanza como corresponde. Galileo creía que este método era "probablemente el mismo que usó Arquímedes, debido a que, además de ser muy exacto, se basa en demostraciones descubiertas por el propio Arquímedes." Alrededor del año 1586, Galileo Galilei inventó una balanza hidrostática para pesar metales en aire y agua que aparentemente estaría inspirada en la obra de Arquímedes.

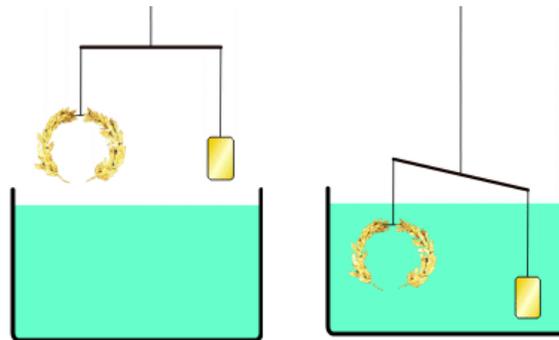


Figura 10-1. Probable estrategia de Arquímedes para delatar al joyero ladrón

Lo que no se indica con claridad es si Arquímedes ya había establecido su famoso principio antes de la leyenda de la Corona. Pero se puede decir que la Hidrostática nace con Arquímedes, quien vivió entre el año 287 a. C, hasta el 212 de la misma era.

10.1.2 Herón de Alejandría y el agua que no pesaba

La historia de la Hidrostática debe pasar también por Herón de Alejandría, Levi también lo narra genialmente:

Casi un siglo después de Arquímedes, vivía en Alejandría un ingeniero llamado Herón, cuyo gran interés en la mecánica de los fluidos lo llevó a recopilar en un tratado, la Neumática, varios dispositivos que utilizan la energía del agua o del vapor.

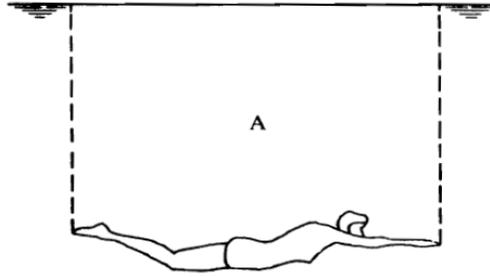


Figura 10-2. Presión sobre un buceador inmerso en el agua

En la introducción, donde menciona los principios utilizados en sus mecanismos, Herón se refiere a la presión hidrostática. ¿Existe o no tal presión? ¿Por qué será, se pregunta, que los nadadores que bucean muy hondo, soportando en sus espaldas un peso enorme de agua, no resultan aplastados? Hay quien afirma que se debe a que el agua es de peso uniforme; pero esto no explica nada, dice Herón; he aquí la verdadera causa: Supongamos que la columna líquida que se halla directamente encima del objeto sumergido se transforma en un cuerpo sólido (A en la Figura 10-2) de la misma densidad del agua, que alcanza la superficie libre por el lado superior, y por el inferior está en contacto inmediato con el objeto mismo. Este cuerpo equivalente ni sobresale del líquido en que está, ni se hunde en él, según lo demostrado por Arquímedes; por tanto, no teniendo ninguna tendencia hacia abajo, no ejercerá ninguna presión sobre el objeto adyacente. Este razonamiento llevaría a concluir que no hay presión hidrostática en el seno de un fluido; pero si el objeto sobre el cual éste se apoya es el fondo o la pared de un depósito, dicha presión si se nota.

10.2 Leonardo Da Vinci y su *no* influencia en la hidrostática

Leonardo Da Vinci trabaja sobre la presión en el agua, es decir sobre Hidrostática. No todo es acertado, pero algunas observaciones son verdaderas joyas de innovación y creatividad. Como ejemplo de un yerro, Leonardo decía que el agua no pesaba sobre su fondo, y lo demostraba, según él, al observar que las hierbas delgadas sobre el fondo ondean sin presentar ningún efecto de presión sobre ellas, o también mencionando el lodo fino que casi comparte la ligereza del agua. Ahora se sabe que no es así. Y como genialidad se tiene un ejemplo que se puede encontrar en el código Madrid. Leonardo diseñó un dispositivo para determinar, por Hidrostática, el peso específico del plomo y con base en dicho dispositivo, sugiere el diseño de una novedosa balanza.

Para la historia de la Hidrostática, una propuesta de Leonardo se adelanta más de 150 años a Pascal en el descubrimiento de la multiplicación de las fuerzas por medio de la prensa hidráulica. En otro código llamado Hammer, Leonardo propone que un surtidor de agua elevará más el chorro si al recipiente que lo contiene se le aplica una fuerza, por ejemplo de 1000 libras, que un chorro al que se le aplique la misma fuerza pero ahora contenido en un recipiente más ancho. (Figura 10-3). Solamente faltó que uniera los recipientes con un vaso comunicante y hubiera descubierto la prensa hidráulica 150 años antes que Pascal.

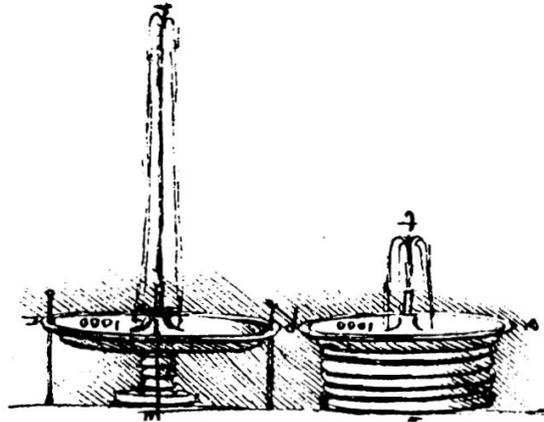


Figura 10-3. Un surtidor elevará más el agua si el recipiente es delgado
(Tomada de Levi, 1985)

Sin embargo, los escritos de Leonardo no fueron ni suficientemente divulgados ni suficientemente analizados. Levi (1985) narra el porqué de esta afirmación. Otro códice que se conoce como códice Atlántico, por tener el tamaño de un atlas, llega, junto con otros volúmenes, a Milán, donde el dueño, necesitado de dinero, se propone venderlos. Le sugieren que lleve el *Atlántico* a Florencia y lo ofrezca al gran duque Cósimo II, bien conocido por Galileo, la tierra de Leonardo seguramente no lo rechazará. Así lo hace, pero el prudente Cósimo, cuidadoso con su dinero, pasa el tomo a sus expertos para que lo valúen. Esos señores miran los dibujos, mezcla de cosas raras, de los cuales entienden poco o nada, intentan leer, consiguen un espejo y con dificultad descifran algo, pero el texto no les convence. Como sabios, buscan en él un tratamiento sistemático al estilo de Galileo, estilo que no encuentran. La encuadernación era arbitraria por el desorden en que acomodó los escritos un dueño anterior. Es así que la influencia de Leonardo en la Historia de la Hidrostática no es importante. Los expertos en hidráulica, contemporáneos de Galileo, no mencionan a Leonardo pero incluso trabajan en investigaciones que Leonardo ya había considerado.

10.3 Stevin, la paradoja hidrostática y el lenguaje flamenco

Simon Stevin (1548 - 1620), fue un importante matemático, ingeniero militar e hidráulico, constructor de molinos y fortificaciones, semiólogo, contable e intendente holandés.



Figura 10-4. Simon Stevin
(Tomada de stevincentre.com)

Este genial inventor es muy conocido por sus aportes a las matemáticas, pero también por sus aportes a la hidrostática gracias a su libro “Elementos de Hidrostática” publicado en 1586. En este libro hace el primer análisis correcto de las fuerzas que ejercen los líquidos en superficies planas y presenta el primer intento de explicación de la paradoja hidrostática (Rouse, 1957).

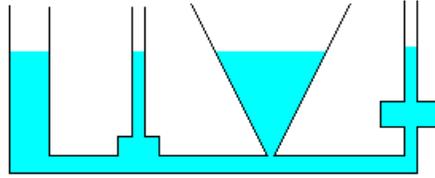


Figura 10-5. Paradoja hidrostática: la presión en el fondo de las figuras es la misma sin importar el peso de agua encima.

Algunas ideas de Stevin eran bien intencionadas, pero equivocadas. Estaba convencido de que el conocimiento científico debería ser divulgado a la mayor cantidad de gente posible y por supuesto que el idioma en el que se escribieran debería ser uno que se entendiera. En su época toda la literatura científica estaba escrita en latín; así que según Stevin, se debería usar un lenguaje más conocido y más efectivo, y según él también, ese lenguaje era el flamenco ya que era el mejor lenguaje para escribir la ciencia. En ese lenguaje escribió su libro... Los científicos no lo leyeron... y el vulgo tampoco. Su libro sobre hidrostática se leyó por científicos de esa época hasta que se tradujo al latín.

10.4 Galileo y sus amigos que trabajaron en la hidrostática

En 1632 Galileo publicó su *Dialogo acerca de los dos máximos sistemas del mundo, tolemaico y copernicano*, finalmente esta publicación fue la causa por la cual, en un proceso en Roma, en junio de 1633 el Santo Oficio lo condenó a la cárcel; condena que luego cambió el sumo pontífice por el encierro en su Villa de Arcetri cerca de Florencia y allí permaneció hasta su muerte en 1642. Esta circunstancia influye en el devenir de la historia de la hidrostática, como se verá más adelante.

Primero, debe decirse que Benedetto Castelli (1577 - 1643) fue alumno, fiel amigo de Galileo y maestro del hijo de éste. Se le ha llamado en Italia “El Padre de la Hidráulica” por sus contribuciones a la misma, particularmente en la medición de caudal. Sin embargo en la historia de la hidrostática fungió sólo como un agente circunstancial. En seguida se muestra por qué.



Figura 10-6. Benedetto Castelli y Evangelista Torricelli
(Tomadas de galileo.rice.edu y biografiasyvidas.com respectivamente)

Evangelista Torricelli (1608 - 1647) fue alumno de Castelli y estudió una de las obras de Galileo Galilei, (*Diálogo de la nueva ciencia*, de 1630); lo que le inspiró al desarrollo de algunos de los principios mecánicos allí establecidos y que recogió en su obra *Del movimiento de los graves en caída natural y de los proyectiles*. En 1641, Castelli mandó una carta a Galileo diciéndole que le iba a visitar y le llevaría el libro Torricelli, y que dicho libro había causado muy buena impresión; que incluso podría llevarle una segunda parte. Efectivamente, Torricelli alcanzó a terminar la segunda parte, que Castelli entregó al Maestro. Pero el propósito de Castelli iba más lejos; Galileo, a pesar de contar ya con 77 años de edad, lleno de achaques y ciego, seguía encerrado en la casa de Arcetri elaborando en su mente ideas viejas y nuevas; y necesitaba alguien con quien debatirlas y que fuera tomando nota de los argumentos y conclusiones. Desde hacía dos años vivía con él Vincenzo Viviani, un joven que lo cuidaba como si fuera su hijo, pero que a sus 20 años no tenía madurez necesaria para la tarea. Lo que Castelli propuso al Maestro fue enviarle a Torricelli, a la sazón de 32 años y el anciano aceptó entusiasmado. Sin embargo, por diversas circunstancias Torricelli no pudo llegar con Galileo sino hasta noviembre de 1641, Galileo falleció el 8 de enero de 1642. La convivencia de Torricelli y Galileo se limitó a no más de tres meses.

Viviani había reordenado la correspondencia de Galileo, y éste, sin duda, habría pedido a Torricelli leer las cartas más importantes bajo el punto de vista científico, y en particular la de Baliani de octubre 1630. Torricelli se interesó en el tema de la carta: el vacío; a raíz de ello ordenó a Viviani que hiciera experimentos con tubos de cristal y mercurio... A la postre, terminó inventando, o dejando el antecedente, para la invención del barómetro.



Figura 10-7. Blas Pascal (1623 – 1662)

(Tomada de global.britannica.com/biography/Blaise-Pascal)

Las cartas o los contenidos de las cartas llegaron a las manos de un grande entre los grandes: Blas Pascal. La manera en cómo llegaron es un poco tortuosa: Torricelli compartió los resultados de los experimentos del vacío con Michelangelo Ricci un alumno suyo en Roma, por medio de una carta fechada el 11 de junio de 1644. Después de algunos comentarios, refutaciones y aclaraciones, Ricci quedó convencido de los resultados e hizo una copia de la carta y la envió a París a un tal Merssene que era el corresponsal científico por excelencia. Entre los sabios que conocieron el experimento estaba Pascal y al igual que Merssene se entusiasmó en gran medida con el tema, repitió y amplió el experimento de Torricelli y terminó inventando el barómetro... sin darle ningún crédito a Torricelli. La historia no es muy clara al respecto del interés de Pascal por la hidrostática; muy probablemente leyó algo de los comentarios de Baliani que se referían al nadador, que a su vez comentó Herón de Alejandría; y en su libro *Traité de l'équilibre des*

liqueurs (Tratado sobre el equilibrio de los líquidos), publicado póstumamente en 1663, comentó al respecto:

El agua empuja hacia arriba a los cuerpos que toca por debajo, hacia abajo a los que toca por arriba y hacia un lado a los que toca del lado opuesto; de donde se concluye fácilmente que, cuando un cuerpo está todo sumergido, como el agua lo toca por debajo, por arriba y por todos los lados, ella se esfuerza para empujarlo hacia arriba, hacia abajo y hacia todos lados. Pero como su altura es la medida de la fuerza que ella posee en todas estas impulsiones, es muy fácil ver cuál tiene que prevalecer. Porque primero se nota que, teniendo el agua los mismos niveles sobre las caras laterales, las empuja por igual, y por tanto el cuerpo no recibe impulsos hacia ningún lado, como una veleta entre dos vientos iguales. Pero como el agua tiene más altura sobre la cara inferior que sobre la superior, claro está que lo empujará más hacia arriba que hacia abajo; y como la diferencia entre dichas alturas de agua es el alto del cuerpo mismo, es fácil entender que ella lo empuja hacia arriba con una fuerza igual al peso de un volumen de agua equivalente.

10.5 Historia de la ecuación de continuidad

La historia de la ecuación de continuidad presenta varias anécdotas curiosas. Leonardo Da Vinci que ya hablaba de ella, pero es a Benedetto Castelli a quien se le reconoce la autoría de dicha ecuación. En seguida se dan los pormenores de esta historia.

10.5.1 Leonardo Da Vinci y la repartición del agua

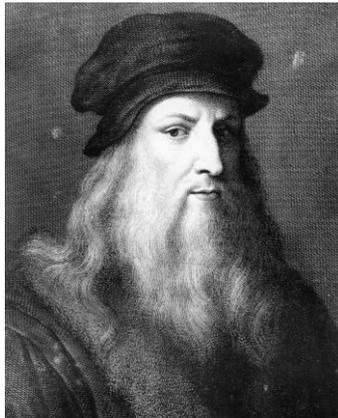


Figura 10-8. Leonardo Da Vinci
(Tomada de discovermagazine.com)

En Roma, ciudad de las fuentes, se acostumbraba medir las aguas con orificios cuadrados, circulares y rectangulares, con dimensiones basadas en “onzas”, que son un doceavo de pie. De esta manera, una “onza” de agua era la cantidad de agua que debiera escurrir por un orificio circular de una onza de diámetro o por un orificio cuadrado de una onza de lado, o bien, el escurrimiento por un orificio rectangular de una onza de base y una onza de altura de agua.

Leonardo Da Vinci, enfrentando como ingeniero ducal el problema de repartir correctamente el agua de riego, entiende lo inadecuado de medir el agua por *onzas* sin tomar en cuenta la profundidad del agua antes de la descarga. Según Levi (1985) este comentario se hizo muy probablemente entre 1520 y 1530.

Para determinar cuáles son los factores que afectan la descarga de un orificio, Leonardo propone (no se sabe si en realidad lo hizo) construir un recipiente con cristales y cera, llenarlo de agua y colocarle unas semillas que floten en toda la profundidad; después se debe hacer un pequeño agujero en el fondo y dar salida al agua “el movimiento de dichas simientes te informará cuál agua corre con más velocidad a la salida y de qué sitio se mueve”- afirmaba Leonardo-.

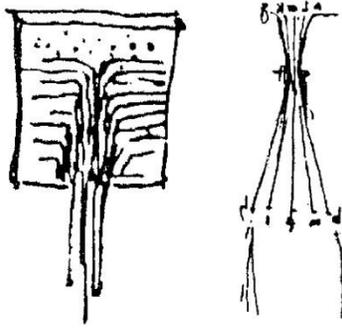


Figura 10-9. Experimento de Leonardo y figura explicativa del movimiento
(Tomada de Levi, 1985)

El examen del flujo a través del orificio llevó naturalmente a Leonardo a convencerse de que “las medidas en onzas para bocas de agua son mayores o menores según si es mayor o menor la velocidad del agua que pasa por la boca: doble velocidad en un mismo tiempo dará doble cantidad de agua y así sucesivamente”. Afirmación correcta que relaciona la velocidad en un escurrimiento con el gasto en el mismo. Leonardo también expresa muy claramente el principio de continuidad: “en los ríos, cualquiera que sea su ancho y profundidad, sucede por necesidad que, en todo grado de su longitud, en igual tiempo, pasa igual cantidad de agua”.

10.5.2 Giovanni Fontana y el agua que se comprimió

En el año de 1598 Roma sufrió una grave inundación provocada por el desbordamiento del río Tíber, de hecho la peor de que se tiene memoria. El arquitecto Giovanni Fontana (1546-1614) intentó medir el escurrimiento total observando las huellas dejadas por la avenida, pero no podía hacerlo en el mismo cauce porque había sido insuficiente. Decidió entonces calcular el gasto sumando los aportes en el tramo superior y en todos los afluentes. Midió las áreas de las secciones mojadas de esos ríos y riachuelos, localizando en cada cauce las huellas de aguas máximas en hierbas dobladas, sedimento depositado o erosiones. El resultado fue que escurrieron 500 *cañas*. La “caña” era una medida longitudinal de un poco más de 2 metros, por lo que parece más adecuado decir que escurrieron 500 *cañas* cuadradas; el río tenía una capacidad de aproximadamente un tercio de esa cantidad, por lo que Fontana infirió que debían construirse dos cauces más de similar tamaño. Sin embargo, toda el agua escurrió por debajo del puente “Quatro Cappi”, también llamado Fabricio, de unas 150 *cañas* de sección... Fontana concluyó que el agua se había comprimido.

Aquí es pertinente un paréntesis anecdótico. Lo anterior se lee en Levi (1985). Levi indica, citando a Fontana, que toda el agua escurrió por debajo del puente Quatro Cappi; sin embargo, el río Tíber escurre por una isla en esta parte, precisamente la Isla Tiberina, ello significa que la avenida escurrió por dos puentes; en efecto, el otro puente es el Cestio. El puente Quatro Cappi tiene una sección de 150 cañas, se puede suponer que el puente Cestio tiene la misma sección;

esto da un total de 300 cañas, que aún es una sección insuficiente para que pasaran las 500 cañas en exceso, pero de cualquier manera es una capacidad mayor a la de 150 cañas de un solo puente.

10.5.3 Benedetto Castelli propone nuevamente la ecuación de continuidad

La conclusión de Fontana no convence al padre Benedetto Castelli (1578-1643) “no entiendo que el agua sea como el algodón o la lana, materiales que puedan comprimirse y apretarse, como también ocurre con el aire”. Entre otras consideraciones dice: “habiendo cabido toda la avenida debajo del puente sería suficiente un solo cauce con la misma capacidad de dicho puente, siempre que el agua escurriera con la misma velocidad que alcanzó debajo de él, en ocasión de la inundación.” El gasto de un río no puede depender del área hidráulica solamente, se debe también considerar la velocidad. Este era un asunto que intrigó a Castelli durante un tiempo. Cabe aquí preguntar: ¿Castelli no sabía de los trabajos de Leonardo Da Vinci al respecto?

La solución surgió de un fenómeno sin relación aparente con la hidráulica. Castelli observó el trabajo de los joyeros, quienes con asombroso ingenio adelgazaban el hilo de oro y plata. El proceso era el siguiente: primeramente colocaban hilo grueso en un carrete, después lo hacían pasar por un orificio de menor diámetro en una placa metálica y finalmente lo enrollaban en un segundo carrete, que al jalar el hilo lo adelgazaba, al forzarlo a pasar por el orificio. Naturalmente el segundo carrete debía girar más rápido que el primero. Castelli comprobó con mediciones que la velocidad del hilo después del orificio en la placa, era mayor que antes de dicho orificio, en una proporción inversa de los grosores respectivos. “Lo que hay que considerar atentamente – dijo- es que las partes del hilo antes del agujero tienen cierto grosor y las que salen del agujero son más finas, pero de todos modos el volumen y el peso del hilo que se desenrolla siempre son iguales al volumen y al peso del hilo que se enrolla”.

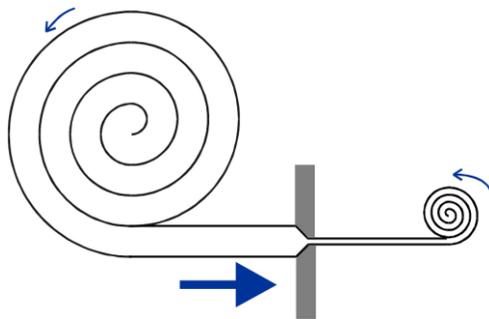


Figura 10-10. Técnica de adelgazamiento del hilo de oro o plata por parte de los orfebres

Las observaciones de los ríos y los joyeros dieron sus frutos. El 12 de noviembre de 1625 Castelli escribía a Galileo para informarle que había demostrado geométricamente “que la proporción entre la cantidad de agua que escurre por un río cuando este tiene cierta altura de agua y la que escurre en el mismo río cuando tiene otra altura, está en razón compuesta de la velocidad con la velocidad y de la altura con la altura”. Galileo contesta que la proposición le parece muy clara. Este resultado, que se refiere evidentemente a ríos de sección rectangular, aparece en el libro de Castelli de 1628 llamado *De la medición de las aguas corrientes*, y expresado en forma más general en la proposición II, al reemplazarse la palabra *altura*, o sea tirante de agua, por la palabra *sección*. Si se indica el gasto con Q , con A el área de la sección, con V la velocidad y con subíndices 1 y 2 las dos secciones, lo enunciado puede escribirse como $Q1/Q2=(V1/V2)(A1/A2)$.

Si como se hace actualmente, se uniforman las unidades de medida, expresando por ejemplo las áreas en m^2 , las velocidades en m/s y los gastos en m^3/s , se llega a la famosa *Ecuación de Castelli*.

$$Q = VA \quad (10-1)$$

Benedetto Castelli ha sido considerado en Italia como “padre de la hidráulica” y su fórmula se ha conocido como “ley de Castelli”. Esta atribución ha sido posteriormente controvertida, porque otros antes que él habían tenido un conocimiento por lo menos parcial de ella. Como se había mencionado, Leonardo Da Vinci ya había enunciado claramente la Proposición 1 y la había demostrado de manera muy parecida; sin embargo, la atribución parece merecida porque Castelli fue buscando este principio con tesón, perfeccionándolo poco a poco y, una vez establecido, lo fue aplicando sistemáticamente para resolver gran cantidad de problemas hidráulicos.

10.6 Historia de la ecuación de la energía

10.6.1 Galileo Galilei, la caída de los graves²



Figura 10-11. Galileo Galilei

(Tomada de www.space.com)

En la teoría de la caída de los graves de Galileo Galilei (1564-1642) se dice que un cuerpo grave posee por naturaleza la propiedad intrínseca de dirigirse hacia el centro común de gravedad o sea, hacia el centro del globo terrestre, con un movimiento uniformemente acelerado; es decir, que en tiempos iguales se hacen adiciones iguales de nuevos incrementos de velocidad. Más simple aún: los cuerpos que caen, cada vez lo hacen más rápido. Este hecho es el que debe considerarse para continuar la historia.

² La palabra “grave” se deriva del latín *gravis* que quiere decir “pesado”.

10.6.2 Aparece Torricelli

En 1641 Torricelli terminó de escribir un libro que le fue entregado a Galileo para su revisión; su nombre era *Del movimiento de los graves en caída natural y de los proyectiles*, al cual agregó una parte de carácter hidráulico: *Del movimiento del agua*. De esta parte del libro, dos asuntos son de interés para esta historia: (a) siguiendo la teoría de los graves de Galileo, Torricelli se preguntó sobre la forma que tendría un chorro de agua que saliera del fondo de un tanque, era un matemático brillante y determinó que la forma era una hipérbola de cuarto grado; algo parecido a lo que se presenta en la Figura 10-12; por otro lado (b) Torricelli propone que el agua al salir por el orificio (punto B, Figura 10-13), tendrá el mismo ímpetu que un cuerpo que cae desde la misma altura del nivel del agua en el tanque (punto A) hasta el nivel del orificio.

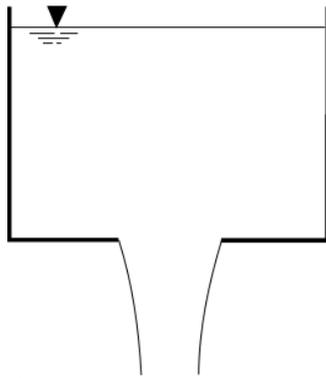


Figura 10-12. Forma del chorro al salir del orificio

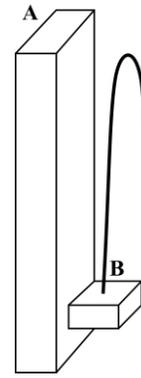


Figura 10-13. Esquema de apoyo para el Principio de Torricelli

10.6.3 La catarata de Newton



Figura 10-14. Isaac Newton (1643-1727).
(Tomada de biografiasyvidas.com)

En el segundo libro de sus célebres *Principia*, editados en Londres en 1686, Isaac Newton anota: “Está comprobado que la cantidad de agua que sale en un tiempo determinado por un orificio practicado en el fondo de un tanque es igual a la cantidad que escurriendo libremente con la misma velocidad, pasaría en el mismo tiempo a través de un orificio circular cuyo diámetro esté en razón de 21 a 25 con el diámetro anterior; por tanto, el agua corriente, al cruzar el primer orificio, tiene una velocidad poco más o menos igual a la que adquiriría un cuerpo pesado al caer

de una altura equivalente a la mitad de la del agua estancada en el tanque”. Esto puede observarse en la Figura 10-15, donde $d_1=25$ y $d_2=21$.

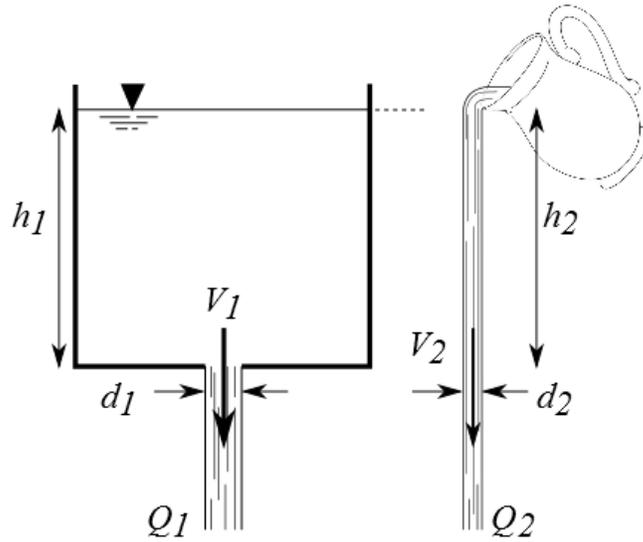


Figura 10-15. Razonamiento de Isaac Newton.

Al parecer Newton, había medido el gasto por un orificio circular practicado en el fondo de un tanque bajo cierto tirante de agua, y luego había medido el diámetro de un chorro por el cual pasaba el mismo gasto de agua, pero cayendo libremente desde la misma altura; evidentemente, con el objeto de comprobar el Principio de Torricelli de que la velocidad adquirida en las dos condiciones es la misma. El principio no resultó cierto. En seguida se presenta el razonamiento que probablemente siguió Isaac Newton.

Tabla 10-1. Razonamiento erróneo de Galileo

Explicación o desarrollo		Inciso
Conceptual	Algebraico	
Newton determinó que en tiempos iguales, caía la misma cantidad de agua en ambos escurrimientos. Es decir que los gastos ($Q_{1,2}$) eran iguales:	$Q_1 = Q_2$	(a)
También encontró que los diámetros no eran iguales, el diámetro del chorro libre (d_2) estaba en proporción de 21 a 25 respecto al diámetro del orificio (d_1), por lo tanto sus áreas o secciones (A) estarían en una proporción de raíz cuadrada de 2:	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi d_2^2}{\pi d_1^2} = \frac{25^2}{21^2} = 1.41 = \sqrt{2}$	(b)
Debe prevalecer el principio de continuidad de Torricelli:	$A_1 V_1 = A_2 V_2$	(c)
Arreglando y combinando (c) con (b) se tiene:	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{2}$	(d)
Obviamente Newton sabía que la velocidad (V) de caída de los cuerpos es igual a la raíz cuadrada de dos veces la gravedad (g) por la altura de caída (h):	$V = \sqrt{2gh}$	(e)
Combinando los incisos (e) y (d):	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\sqrt{2gh_2}}{\sqrt{2gh_1}} = \sqrt{2}$	(f)
Despejando h_1 , se obtiene:	$h_2 = 2h_1$	(10-1)

Si en la Figura 10-15 se observa claramente que las alturas h_1 y h_2 deben ser iguales ¿cómo era posible que Newton encontrara que la profundidad del agua en el tanque (h_1) debía ser el doble de la altura (h_2) desde la que cae el chorro?

Newton consideraba que el agua escurría dentro del recipiente de una manera parecida a como lo hace en el chorro libre, y dijo que el agua escurría dentro del recipiente como una especie de “catarata” y que encima del agua debiera existir un bloque de hielo que generaba la doble altura. La forma de la catarata dentro del tanque era la continuación de la línea de la hipérbola de Torricelli hacia el interior del recipiente (Figura 10-16).

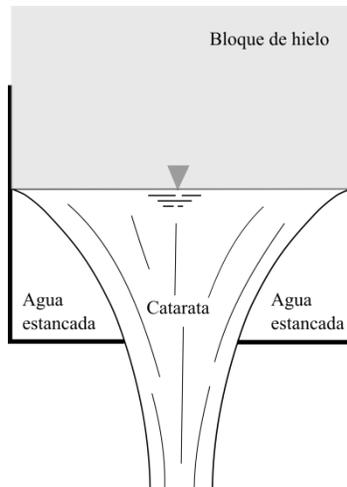


Figura 10-16. Artificio de Newton: un bloque de hielo y una catarata

Newton no tuvo el cuidado de revisar las ideas de Leonardo Da Vinci al respecto, quien ya había propuesto que se llenara un tanque de cristal con agua y se perforara un orificio en el fondo para observar “cuál agua corre con más velocidad a la salida y de qué sitio se mueve”. Este comentario de Leonardo, se hizo entre 1520 y 1530.

Tampoco puso atención a la línea de la hipérbola de Torricelli que claramente va haciendo más angosto al chorro conforme se aleja del orificio. Igualmente se puede observar en la Figura 10-9 donde Da Vinci ya mostraba que el chorro sufría una contracción después de abandonar el recipiente.

Afortunadamente Newton observó con más cuidado el chorro, descubrió dicha contracción y concluyó, correctamente, que para el cumplimiento de la afirmación de Torricelli, sobre las velocidades en el orificio y en el chorro libre, se debía considerar el diámetro del chorro contracto y no el diámetro del orificio. Pero no aclaró nada sobre el bloque de hielo y la catarata.

10.6.4 Daniel y Johann Bernoulli y la aparición de la ecuación de la energía



Figura 10-17. Daniel Bernoulli

(Tomada de theoreticalmathematicians.blogspot.com)

La hipótesis de la catarata no tenía ya ningún sentido, ni mucho menos la de la doble columna. Quedó, sin embargo, la duda de cómo se movía el agua dentro del tanque. En Venecia se encontraba Daniel Bernoulli (1700-1782) quien no era de esos que esperan a que les cuenten las cosas. Sin mencionar tampoco la propuesta de Leonardo Da Vinci, él construyó un tanque, lo llenó de agua, le agregó colorante y destapó un orificio perforado en el fondo. No encontró nada que pareciera una *catarata*. “Me parece —escribió más tarde— que el movimiento interno del agua debe considerarse tal como sería ella si fuese arrastrada por tubos infinitamente pequeños colocados uno cerca del otro, de los cuales, los centrales bajan casi directamente desde la superficie hasta el orificio, mientras que los demás se encontraban gradualmente cerca del orificio mismo de donde aparece que las partículas individuales bajan con movimiento muy aproximadamente vertical hasta acercarse mucho a la base, para luego dirigir gradualmente su trayectoria hacia el orificio; de tal modo, las partículas próximas a la base escurren con movimiento casi horizontal (Figura 10-18).

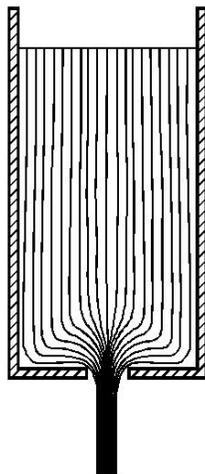


Figura 10-18. Movimiento del agua, observaciones de Daniel Bernoulli

(Tomada de Levi, 1985)

Todo esto se puede leer en el libro de Daniel titulado “Hidrodinámica, o sea, comentarios acerca de las fuerzas y de los movimientos de los fluidos”, publicado en Estrasburgo en 1738. Con este libro, la mecánica de fluidos nacía como ciencia y de paso se estableció por primera vez la palabra *Hidrodinámica*. En el capítulo 13 del libro, Daniel ataca teóricamente el problema del orificio basando su teoría en el “principio de las fuerzas vivas”, claramente influenciado por Christian Huygens (1629-1695) a quien se le acredita el principio que dice: “el centro de gravedad de una masa no puede regresar a un nivel más alto del que cae; y si no existe fricción, entonces sube exactamente hasta el nivel original”. Daniel deriva su formulación a partir de la Figura 10-19 y dice: “considérese el tanque ACBE. Este tanque se mantiene siempre lleno de agua y se conecta a un tubo cilíndrico horizontal ED; al final del tubo hay un orificio O a través del cual fluye el agua con velocidad constante: La pregunta es ¿cuál es la presión que actúa en la pared interna del tubo?

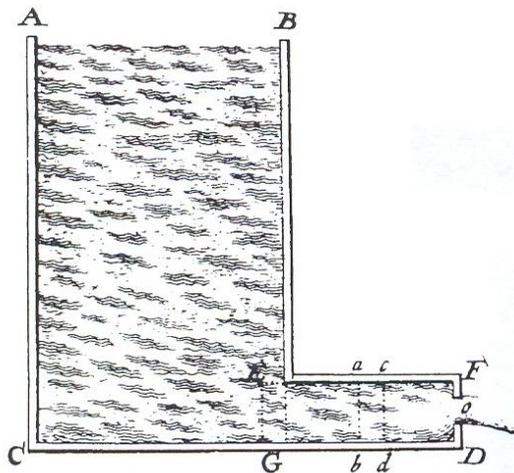


Figura 10-19. Esquema utilizado por Daniel Bernoulli para su formulación

(Tomada de Visher, 1987)

La solución aunque corta no se presenta porque la aplicación del “principio de las fuerzas vivas” no es fácilmente entendible. Sin embargo el resultado fue:

$$\text{Carga de presión} + \frac{v^2}{2g} = H \quad (10-2)$$

Donde v , es la velocidad del agua en el tubo; g es la aceleración de la gravedad y H , es altura desde la superficie del agua hasta el chorro de salida. Actualmente la ecuación anterior, se presenta como sigue.

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = H \quad (10-3)$$

Daniel no fue capaz de presentar esta forma de la ecuación porque no manejaba el concepto moderno de presión; fue su padre Johann y Leohnard Euler quienes posteriormente desarrollaron

el concepto. Lo importante, para nuestro caso, es que de su ecuación, Daniel obtiene varias conclusiones, indica que su fórmula permite explicar el famoso corolario 2 de la proposición 36 de Newton. “Me parece –indica– que la disputa debe conciliarse como sigue; cuando el agua ha alcanzado un movimiento uniforme, lo que seguramente es la suposición de Newton, entonces esa fuerza se define correctamente por una doble altura; pero al principio del escurrimiento, cuando la velocidad crece, la fuerza que induce al agua a salir crece simultáneamente, para alcanzar finalmente la magnitud asignada por Newton”.

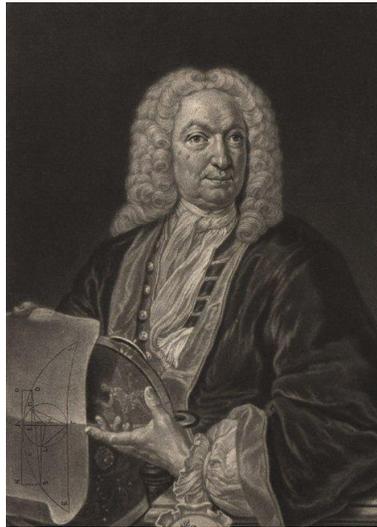


Figura 10-20. Johann Bernoulli
(Tomada de alexmonrzig.wordpress.com)

La presentación actual de la ecuación de Bernoulli es la versión propuesta por el padre de Daniel, Johann Bernoulli (1667-1748) quien también se interesó en la cuestión del orificio. En el libro de su hijo Daniel (Hidrodinámica) se encuentra una enorme cantidad de material cuya presentación es poco metódica, especialmente en lo que se refiere al tratamiento teórico; lo que debió desagradar la mentalidad matemática del padre, quien con razón se habría sentido impulsado a proponer otra presentación, más sintética y rigurosa; y lo logró. Johann no explica la doble columna, pero por primera vez introduce conceptos importantes: los de transición, separación del flujo en cambios de sección y el muy importante concepto moderno de presión. Utiliza, además, un sistema coordenado. Su propuesta final es lo que ahora se llama “ecuación de una línea de corriente”, tanto para régimen permanente como para régimen variado. Para su deducción utiliza el diagrama de flujo de la Figura 10-21, nótese la diferencia con el diagrama utilizado por Daniel (Figura 10-19).

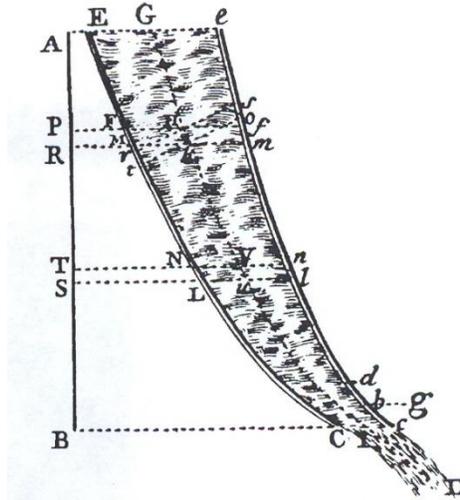


Figura 10-21. Diagrama de flujo de Johann Bernoulli
(Tomada de Visser, 1987)

La ecuación, en su versión actual, para condiciones de régimen permanente propuesta por Johann es la siguiente.

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z = \text{constante} \quad (10-4)$$

10.6.5 Desavenencias entre padre e hijo

Debe indicarse que el libro de Johann donde aparece la deducción de la ecuación se llamó *Hidráulica, ahora descubierta por primera vez y demostrada directamente a partir de fundamentos puramente mecánicos*, y fue fechado en 1732 (así aparece en la portada, ver Figura 10-22), sin embargo fue realmente impreso en 1743. Este libro causó tremenda contrariedad a Daniel ya que su padre no hace mención alguna de sus trabajos. Recuérdese que el libro “Hidrodinámica” de Daniel apareció en 1738 y por supuesto que su padre lo conocía. Otro punto de reflexión interesante es que la presentación actual de la ecuación de Bernoulli y su teorema, se ha atribuido a Daniel; sin embargo, parece más apropiado acreditarlos a Johann más que a Daniel, ya que Johann interpretó más convenientemente el fenómeno y dedujo la presentación actual de la ecuación (Vischer, 1987).

JOHANNIS
BERNOULLI
HYDRAULICA

Nunc primum detecta ac demonstrata directe ex
fundamentis pure mechanicis.

ANNO 1732.

Figura 10-22. Portada del libro de Johann Bernoulli
(Tomada de Visher, 1987)

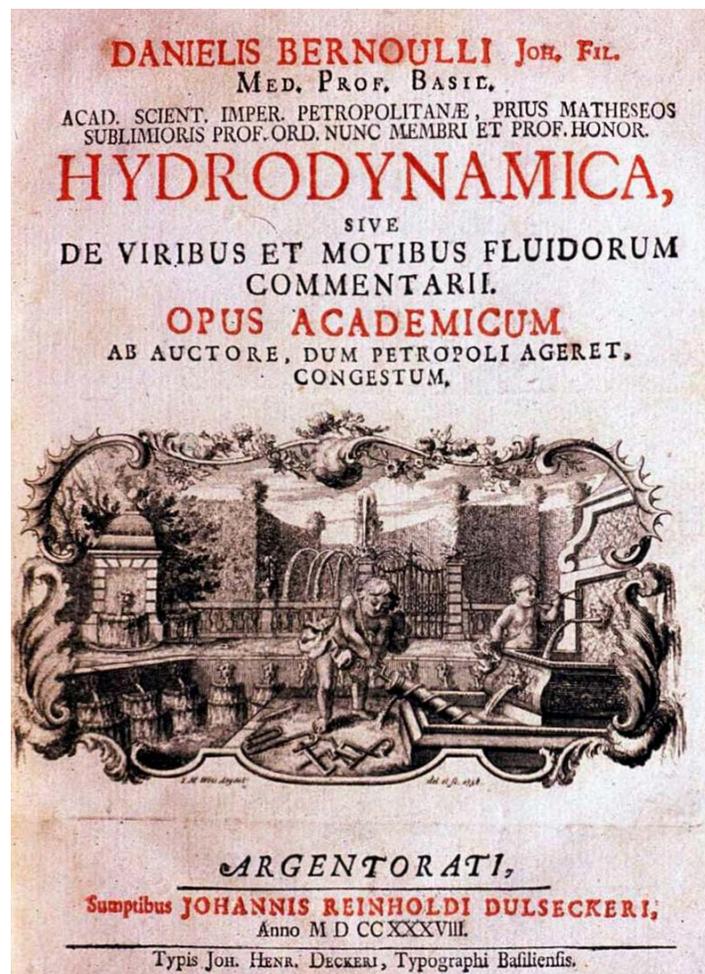


Figura 10-23. Portada del libro de Daniel Bernoulli
(Tomada de Visher, 1987)

10.7 Historia del concepto y la ecuación de *Cantidad de Movimiento*

Se encontraron dos artículos en los que ya se han recopilado los eventos históricos más importantes relacionados con la evolución del concepto: Matallana, Duarte y Fonseca (2006) y Álvarez (2002). También se tomó material del libro del Dr Levi (1985). En seguida se transcribe lo presentado los artículos y en el libro; en cada parte se indica de dónde se tomó el material.

El siguiente material se tomó de Matallana et al (2006)

10.7.1 Los griegos

Los primeros estudios sobre el movimiento que se conocen, se iniciaron principalmente en la Edad Antigua y se centraron fundamentalmente en registrar los cambios de posición que describían los objetos celestes o cuerpos como las estrellas y los planetas. Había una interacción cotidiana del ser humano con los fenómenos naturales, se aprendía de manera práctica, pero no se conocía o no se daba explicación del porqué sucedían. Por ejemplo, un arquero sabía lanzar una flecha para que cayera en un punto o a una distancia determinada, pero no sabía dar razón de porqué cae la flecha o porqué describe una trayectoria parabólica. La única civilización de la antigüedad que intentó dar explicación de los fenómenos naturales y del universo mismo a través de su filosofía, fue la griega.

10.7.2 Aristóteles

En su estudio de la Mecánica, Aristóteles analiza el movimiento de los cuerpos, plantea que éste era de dos tipos: el de los cuerpos celestes, al cual están sujetos los astros, y el de los cuerpos terrestres que realizan los objetos que yacen en la tierra. Decía que los astros se mueven describiendo una trayectoria circular en un acto que se realiza eternamente. La causa principal de este tipo de movimiento es Dios, el cual se encuentra más allá de las estrellas, por tanto lo consideraba como el motor o causante principal. El movimiento de los cuerpos terrestres los clasifica en *natural* o que ocurre por sí mismo como lo es la caída libre, y el *forzado* que ocurre por la acción de un cuerpo sobre otro. Respecto al movimiento natural afirmaba que los cuerpos al ser liberados sin ejercer ninguna fuerza sobre ellos, estaban sujetos a un tipo de interacción con el centro del universo que hacía que cayeran, esta interacción variaba según su peso, los cuerpos más pesados caerían más rápidamente que los livianos. Se fundamentó en el ejemplo natural del tiempo que dura una pluma al caer en comparación con el de una piedra. Respecto al movimiento terrestre forzado según Aristóteles, cuando una piedra se lanza hacia arriba, viaja a una rapidez que disminuye con la altura, mientras que su retorno lo hace cada vez a mayor rapidez.

La ingeniosa pero fantástica explicación aristotélica del movimiento de los proyectiles fue criticada inicialmente en el siglo II AC por Hiparco de Rodas (Hoyos, 2001) quien propuso una teoría alternativa que unificaba la explicación del movimiento *natural* y el *forzado*, según la cual en el lanzamiento de un objeto se le imprime una fuerza interna que la hace mover mientras tal fuerza sea más poderosa que la tendencia natural del cuerpo hacia abajo; a medida que transcurre el movimiento, disminuye la virtud o fuerza impresa en el cuerpo hasta que se equilibra con el peso del cuerpo y éste comienza a caer.

10.7.3 Edad Media

En el siglo VI, Juan Filopón (490-566) realiza una crítica a las teorías de Aristóteles respecto al movimiento de proyectiles, utilizando el concepto de ímpetu (impulso), tomado del astrónomo Hiparco de Rodas. La teoría del ímpetu consiste en que en cualquier proyectil que se ha lanzado se halla impreso algo que constituye la fuerza motriz de éste. Tal ímpetu permite al proyectil continuar su movimiento, una vez que ha dejado de actuar el motor. Es una especie de cualidad, potencia virtud que se le imprime al móvil, de allí su asociación con el motor.

En el siglo XIV, el fraile franciscano Guillermo de Ockham (1280-1389), asignó a los objetos móviles una propiedad responsable del mantenimiento de su movimiento. Así por ejemplo, una flecha debía transportar lo que él llamo una cierta “carga”, cuya posesión aseguraba la continuidad de su movimiento. Esta idea fue defendida posteriormente por su discípulo Jean Buridan (1300-1358), quien formuló una noción de inercia intentando explicar el movimiento con la “teoría del ímpetus” y, consideró que la “carga” que transportaban los objetos móviles, como proyectiles, debía ser proporcional al peso del proyectil por alguna función de su velocidad. Aquí surge la primer propuesta formal del actual cálculo de la cantidad de movimiento.

10.7.4 Rene Descartes (1596-1650)

El siguiente material se tomó de Álvarez (2002).

Para Descartes, la ley suprema en este universo es la ley de la persistencia. Las dos realidades del universo cartesiano, espacio y movimiento, una vez creadas, permanecen eternamente; el espacio no cambia, ni tampoco el movimiento. Más precisamente, la cantidad de movimiento no varía, permanece constante. Señala Descartes: “No me detengo a buscar la causa de sus movimientos: pues me basta pensar que han comenzado a moverse tan pronto como el mundo ha comenzado a ser. Y siendo así encuentro por mis razones que es imposible que cesen nunca sus movimientos, e incluso que cambien como no sea de objeto. Es decir, que la virtud o la potencia de moverse a sí mismo, que se encuentra en un cuerpo, puede perfectamente pasar toda o parte a otro, y así no estar ya en el primero, pero no puede ya no estar en absoluto en el mundo [...] Y, sin embargo, podéis imaginar, si os parece, como hacen la mayoría de los doctos, que hay algún primer móvil que, al rodar alrededor del mundo a una velocidad incomprensible, es el origen y la fuente de todos los demás movimientos que allí se encuentran”.

Este “primer móvil” en el mundo de Descartes es muy diferente al del mundo aristotélico. Puede muy bien ser la fuente y el origen de todos los movimientos de este mundo; pero a eso limita su función, pues una vez producido el movimiento, éste ya no tiene ninguna necesidad de él. Ahora el movimiento se conserva y se mantiene solo, sin “motor”. Así pues, el movimiento cartesiano es anterior a todas las otras esencias materiales, incluso a la forma espacial; y no es en forma alguna un proceso sino una cualidad o estado.

Descartes señala que una de las principales reglas con las que actúa la naturaleza es “que cada parte de la materia, en particular, continúa siempre estando en un mismo estado, mientras que el encuentro con las otras no le obligue a cambiarlo. Es decir, que si esa parte tiene cierto grosor jamás se hará más pequeña si las otras no la dividen; si es redonda o cuadrada jamás cambiará de figura si las otras no la obligan a hacerlo; si está quieta en algún lugar jamás partirá de allí a

menos que las otras la expulsen; y una vez que ha comenzado a moverse continuará siempre, con igual fuerza, hasta que las otras la detengan o la retarden”. Como se ve, todo cambio tiene necesidad de una causa, por eso ningún cuerpo puede cambiar y modificarse por sí mismo. El movimiento es un estado, pero además, es una cantidad. En el mundo existe una cantidad determinada de movimiento, y cada cuerpo en movimiento posee una cantidad del mismo, perfectamente determinada. Y cuando algún cuerpo pierde cierta cantidad de su movimiento mediante algún choque o interacción con otro, este último adquirirá con exactitud la misma cantidad de movimiento que perdió el primero.

En 1644, Elsevier publicaba en Amsterdam *Les principes de la philosophie* de Rene Descartes, libro dedicado a la princesa Isabel de Bohemia, su gran amiga y alumna elegida. En la segunda parte, titulada “Los principios de las cosas materiales”, se trata el choque entre cuerpos, fenómeno cuyos efectos pueden explicarse, considerando que entre los cuerpos mismos tenga lugar un intercambio de cantidad de movimiento. Pero esto Descartes lo deduce de un asombroso principio general: que Dios es la causa primera del movimiento, y que, en el universo, conserva siempre una misma cantidad de él. (Aquí, al decir “movimiento” se entiende “cantidad” del mismo). Y explica dicho principio así: “Luego de haber examinado la naturaleza del movimiento, hace falta considerar su causa, y como se la puede tomar de dos maneras, empezaremos por la primera y más universal, que produce generalmente todos los movimientos que hay en el mundo... Con respecto a la primera, me parece evidente que la única causa es Dios, quien por ser todopoderoso, ha creado la materia con movimiento y reposo, y ahora, por su intervención ordinaria, mantiene en el universo tanto movimiento y reposo cuanto le introdujo al crearlo. Porque, aunque el movimiento no sea sino una modalidad de la materia que se mueve, ésta posee una cierta cantidad de él que nunca aumenta ni disminuye, pese a que algunas de sus partes contengan a veces más, otras menos. Es por esto que, cuando una parte de la materia se mueve dos veces más rápido que otra, mientras que esta última es dos veces mayor que la primera, tenemos que pensar que hay igual cantidad de movimiento en la menor que en la mayor; y que todas las veces que el movimiento de cierta parte disminuye, el de alguna otra parte crece en proporción. Conocemos además que es perfección de Dios no solamente [el hecho] de que es inmovible en su naturaleza, sino también [el] de que actúa de una manera que nunca cambia... De donde sigue que, habiendo el movido de modos diferentes las partes de la materia cuando las creó, y manteniéndolas todas de la misma manera y con las mismas leyes que les hizo observar al crearlas, conserva permanentemente en dicha materia una igual cantidad de movimiento”.

10.7.5 Galileo y la cantidad de movimiento

El siguiente material fue tomado de Levi (1985)

“Para los mecánicos, momento significa aquella virtud, aquella fuerza, aquella eficacia, con la cual el motor mueve y el móvil resiste; virtud que depende no sólo de la simple gravedad, sino de la velocidad del movimiento, y de las distintas inclinaciones de los espacios sobre los cuales el movimiento se realiza; porque produce más ímpetu un grave que baja en un espacio con mucha pendiente que en otro con menos.” Esto anotaba Galileo en la segunda edición de su *Discorso in torno al le cose che sranno in su l'acqua*. Virtud, fuerza, eficacia: la mecánica no había establecido todavía su terminología, y era necesario darse a entender de algún modo. La palabra “ímpetu”, hoy en desuso como vocablo técnico, había aparecido en el siglo XIV, introducida por

Jean Buridan, quien pensaba que un cuerpo, una vez puesto en movimiento por una fuerza aplicada instantánea, continúa moviéndose gracias a cierta tendencia interna que posee: el “ímpetu” justamente; en contraste con la doctrina aristotélica de que continúe existiendo, por ejemplo en el aire que rodea el cuerpo, una fuerza externa “que lo sigue impulsando”. De todos modos, la idea que Galileo quería expresar es que en el “momento” se asocian la masa del cuerpo y su velocidad; lo cual sugiere que equivaldría a lo que hoy llamamos “cantidad de movimiento”, producto de las dos.

En efecto, más adelante Galileo establecía como principio “que pesos iguales entre sí, pero asociados con velocidad desiguales, son de fuerza, momento y virtud desiguales; y más potente el más veloz, según la proporción de su velocidad con la del otro. Un ejemplo sumamente apropiado de esto lo tenemos en la libra o romana, de brazos desiguales, porque pesos absolutamente iguales colgados de ellos no cargan ni hacen fuerza por igual, sino que aquél que está más lejos del centro alrededor del cual la romana se mueve, baja, levantando al otro; y el movimiento del peso que sube es lento, el del otro veloz. La fuerza y virtud que la velocidad del movimiento confiere al móvil que la recibe son tales, que pueden compensar cabalmente otro tanto peso que se le agregara al móvil más lento; así que, si uno de los brazos de la romana fuese diez veces más largo que el otro,... un peso ubicado en la distancia mayor podrá sostener y equilibrar otro diez veces más pesado... De modo que podemos aceptar como certísima la suposición de que pesos desiguales se equilibran mutuamente, y se vuelven de iguales momentos, toda vez que sus gravedades responden con proporción contraria a las velocidades de sus movimientos; a saber, que cuanto menos pesa uno que el otro, tanto más velozmente debe estarse moviendo”.

Otras opiniones de Galileo pueden interpretarse como un “pre-concepto” de la cantidad de movimiento. El problema de la presión en el seno del fluido, que vimos planteado por Herón, lo vuelve a analizar Galileo “para abrir los ojos a ciertos mecánicos prácticos que sobre un fundamento falso intentan a veces empresas imposibles”. Considera el vaso ancho GIDH, conectado con el caño angosto CAB, donde el agua alcanza el nivel LMGH (figura 14). No faltará quien se asombre, dice Galileo, del hecho de que la grave carga de toda la masa GIDH no levante y expulse la pequeña cantidad de agua contenida en el caño CL que, aun siendo tan reducida, le impide bajar. Sin embargo todo se explica, según él, considerando que si el nivel GH bajara poquito, hasta OQ, el nivel LM subiría mucho, hasta AB, estando la subida LA con respecto a la bajada GO en proporción inversa a las secciones LM y GH de los dos conductos y, por tanto, en proporción directa a las velocidades con que se desplazan las columnas respectivas. Los “momentos” de ambos brazos (masas desplazadas por velocidades relativas) resultarán luego iguales, cumpliéndose la ley de igualdad de cantidades de movimiento. “Siendo que el momento de la velocidad del movimiento de un móvil compensa el de la gravedad de otro, ¿por qué habrá que admirarse de que la velocísima subida de la poca agua CL equilibra la tardísima bajada de la mucha agua GD?” ¿Acaso no se está planteando prácticamente el concepto de cantidad de movimiento?

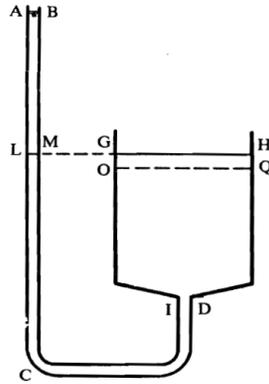


Figura 10-24. Adelanto a la cantidad de movimiento

10.7.6 Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

El siguiente material fue tomado nuevamente de Matallana et al (2006).

Leibniz propuso que la fuerza era la relación entre la masa del cuerpo y su velocidad, con esto descubre el principio de continuidad donde explica la proporcionalidad causa y efecto – variaciones pequeñas en las causas debe producir variaciones pequeñas en el efecto-. Respecto al choque cualquier cambio de masa en algunos de los cuerpos produce un cambio en el comportamiento de los cuerpos después del choque. Involucra nuevos conceptos para los cuerpos elásticos (cantidad de empuje y cantidad de restitución elástica), además la impenetrabilidad de los cuerpos, la velocidad relativa. De acuerdo con los hechos experimentales la cantidad de movimiento no se presenta en forma absoluta sino en forma relativa.

10.7.7 Nicolás De Malebranche (1638 – 1715)

Filósofo y teólogo, nombrado miembro honorario de la Academia Real de las Ciencias en 1699. Cautivado por el ideal cartesiano de la idea clara y distinta, lideró el movimiento de renovación con el nombre de *Ocasionalismo*: La física debe rechazar con vigor cualquier referencia a nociones, cualidades o fuerzas ocultas. No existen, por lo tanto, fuerzas atracción ni de repulsión ni de cualquier tipo que se pueda imaginar, luego, ¿en qué consisten dichas fuerzas? El principio general que rige la comunicación del movimiento es el de la conservación de la cantidad de movimiento, en sentido absoluto. Este principio se sigue de la inmutabilidad divina, según la cual, lo que Dios quiere en un instante lo quiere para siempre. De este principio se siguen varias reglas de la naturaleza, estas leyes de la comunicación del movimiento fueron criticadas por Leibniz, con el argumento de que *el principio cartesiano de la conservación de la cantidad de movimiento atentaba contra el principio de continuidad, según el cual, cambios pequeños en las causas producen cambios pequeños en los efectos.*

10.7.8 E. Mariotte (1620-1684)

Para establecer las reglas del choque de los cuerpos duros y elásticos de forma experimental, Mariotte utiliza dos péndulos de igual longitud y de masas iguales o diferentes, según sea el caso. Para determinar la cantidad de movimiento total entre cuerpos, debe tenerse en cuenta su dirección, si dos cuerpos que tienen la misma velocidad y están en dirección contraria, se comprime uno contra el otro, o se detienen. Pero si tienen la misma dirección y uno alcanza al

otro, los dos se mueven juntos después del choque, por consiguiente la velocidad es igual a la suma de sus movimientos dividido la suma de sus masas. Es decir $v'=(m_a v_a+m_b v_b)/(m_a+m_b)$. Si los movimientos van en la misma dirección se suman y si van en la dirección contraria se restan. Con este razonamiento Mariotte propone unas operaciones para hallar las velocidades de los cuerpos teniendo en cuenta la restitución elástica y la velocidad respectiva.

10.7.9 Cristian Huygens (1629-1695)

El siguiente material aparece en Alvarez (2002), ya citado anteriormente.

Huyghens constituye un eslabón importante entre Galileo, Descartes y Newton. Él adopta y extiende la física galileana de la caída de los cuerpos, la independencia de los componentes del movimiento compuesto y la relatividad del movimiento. Huyghens se restringió al fenómeno de las colisiones elásticas y adoptó la concepción cartesiana de la conservación de la cantidad de movimiento. Sus investigaciones fueron reunidas en el volumen póstumo *De motu corporum ex percussione*, publicado en 1700, en donde, en oposición a las reglas de Descartes, presentó en su tratado cinco de reglas sobre la comunicación de la cantidad de movimiento que concordaban perfectamente con la experiencia: La primera se refiere al principio de inercia; la segunda al caso del choque de dos cuerpos de igual masa, que se mueven con velocidades iguales y en sentido contrario, en este caso, los cuerpos rebotan con las mismas velocidades que tenían; la tercera se refiere a la relatividad del movimiento en el cual dice que el movimiento de los cuerpos, con velocidades iguales o desiguales, se debe tomar relativamente a otros cuerpos que se encuentran en reposo; la cuarta se refiere al impacto de un cuerpo mayor sobre uno menor en reposo; y la última se refiere a la conservación de todo su movimiento de un cuerpo cuando choca con otro cuerpo en dirección contraria. Al presentar estos aportes a la Real Sociedad de Londres junto con Wallis y Wren que trabajaron en este campo, establecieron las reglas de la comunicación del movimiento para cuerpos elástico e inelásticos y contribuyeron para el desarrollo del concepto del momentum (cantidad de movimiento) lineal que posteriormente se formalizó.

10.7.10 Isaac Newton (1642-1727)

Se ha tomado el siguiente material nuevamente de Matallana et al (2006)

En el transcurso de todo el siglo XVII, los conceptos de inercia, de aceleración y de fuerza, fueron ganando en precisión. Con los trabajos de Galileo, Descartes y sus seguidores, y sobre todo los de Huygens se hallaban ya preparado los elementos necesarios para crear un sistema de definiciones teoremas, hipótesis lógicas y demostrables a través de experimentos. Más de 40 años después de Huygens, Isaac Newton daba comienzo a sus Principia, definiendo, una después de otra, "cantidad de materia" y "cantidad de movimiento". Con respecto a esta última, escribía: "Definición II: La cantidad de movimiento es la medida del mismo, que resulta de la velocidad y la cantidad de materia juntas. El movimiento del conjunto es la suma de los movimientos de todas sus partes y, por tanto, en un cuerpo doble en cantidad, con igual velocidad, el movimiento es doble; con velocidad doble, es cuádruple."

Enseguida se usa el libro del Dr Levi (1985) para concluir el tema.

Este concepto era esencial para Newton, pues le permitía establecer su famosa “Ley II. El cambio de [cantidad de] movimiento es proporcional a la fuerza motriz” que ahora expresamos así: la fuerza es el producto de la masa por la aceleración. Pero la presencia de la definición de cantidad de movimiento en la primera página del tratado dio a este concepto una notoriedad tal, que indujo a mucha gente a utilizarlo en la resolución de problemas mecánicos y hasta hidráulicos. “Al estar estudiando el célebre Tratado de los Principios de Matemáticos de Newton —escribía en 1733 el “patricio de Luca” Tomaso Narducci— me quedó grabada la segunda definición, que el refiere a la cantidad de movimiento, donde dice que dicha cantidad es el producto de la masa por la velocidad. Luego comencé a pensar cuánta sería la utilidad de esta propiedad si se aplicara a las aguas, cuya fuerza, así como resulta espantosa en los destrozo que trae consigo en un curso rápido y persistente contra defensas o bordos de los ríos, igualmente, cuando se la conoce con claridad y se maneja con sensata economía, se vuelve muy útil y necesaria para la vida y comercio de los hombres.”

11 Aplicación de la propuesta y resultados

Se elaboraron dos cuadernos de trabajo, uno para el alumno y otro para el profesor. El cuaderno del alumno contiene exactamente el mismo material de los capítulos 9, 10 y 11; el cuaderno del profesor contiene igualmente el mismo material, pero se adicionaron cuadros de texto, en los que se dan recomendaciones, observaciones o sugerencias para auxiliar al profesor en la exposición de los temas. En el Anexo C se tienen los detalles de ambos cuadernos.

Una vez que se tuvo terminado el material se procedió a aplicarlo en algunas escuelas para conocer el efecto que tendría su uso como prueba máxima del posible su efecto en la enseñanza de la hidráulica.

11.1 Estrategia de aplicación de la propuesta doctoral

Se tuvo la cooperación de cuatro instituciones, mismas que se enlistan a continuación:

Tabla 11-1. Instituciones participantes

	Institución	Colaborador
1	Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Monterrey	Dr. Aldo Iván Ramírez Orozco
2	Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo	Dr. Benjamín Lara Ledezma Ing. Jerónimo Flores Francisco
3	Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de San Luis Potosí	Dr. Clemente Rodríguez Cuevas
4	Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Autónoma de Zacatecas	Dr. José Natividad Barrios Domínguez

La aplicación de la propuesta se realizó a través de los momentos sustantivos que enseguida se enlistan y posteriormente se explican.

- a) Aplicación de un test previo
- b) Impartición de clases con el material propuesto (grupos de control)
- c) Impartición de clases sin cambios (grupos de referencia)
- d) Aplicación de un test posterior
- e) Entrevista a profesores
- f) Análisis de resultados

Se aplicó un examen de conocimientos previos y de conocimientos de hidráulica a alumnos que no habían llevado la materia de hidráulica. El examen se puede ver en el Anexo B. En este examen se inspeccionan los conocimientos previos que el alumno debiera tener antes de iniciar el curso de hidráulica, sobre todo, contenidos de la materia de física. También se incluyen preguntas del contenido que se les dará en clase.

Se usaron dos tipos de grupos de prueba, aquellos grupos a los que se les impartió la clase con el nuevo material, a los que se les llama **grupos de control**; y grupos a los que se les impartió la clase sin usar el material propuesto, a los que se les llama **grupos de referencia**. A los profesores que participaron con grupos de control, se les entregó tanto el cuaderno del profesor, como el

cuaderno del alumno. La manera de utilizar el material propuesto fue diferente en cada maestro, más adelante se informa sobre el particular.

Al terminar de ver el tema de ecuaciones básicas, tanto en grupos de control, como en grupos de referencia, se aplicó el mismo cuestionario previo a ambos tipos de grupo. Sobre los resultados se hará referencia posteriormente.

Asimismo, para tener más material de análisis de resultados, se realizó una entrevista a los profesores que tuvieron grupos de control. Finalmente, se realizó el análisis de los resultados.

11.2 Resultados de los exámenes

Los resultados de los exámenes se presentan en la Tabla 11-2. Los identificadores en el encabezado de cada columna se definen a continuación:

- G1. Tecnológico de Monterrey.
- G2. Universidad Michoacana, sin número de sección.
- G3. Universidad Michoacana 1^{era} sección.
- G4. Universidad Michoacana 5^a sección.
- G5. Universidad Michoacana 7^a sección.
- G6. Universidad Autónoma de San Luis Potosí.
- G7. Universidad de Autónoma de Zacatecas.

Tabla 11-2. Resultados de los exámenes *pre* y *post*

Núm. alumnos	G1 Tec Mont		G2 Mich		G3 Mich1 ^a		G4 Mich5 ^a		G5 Mich7 ^a		G6 SLP		G7 Zac	
	Pre	Post	Pre	Post	Pre	Post	Pre	Post	Pre	Post	Pre	Post	Pre	Post
1	4.38	3.75	1.46	3.54	2.92	6.04	5.00	3.54	3.54	3.96	4.17	3.96	2.50	5.00
2	3.13	5.21	2.50	5.42	2.71	4.58	4.58	3.33	3.96	3.33	3.75	5.83	5.00	7.00
3	1.46	6.04	2.08	3.96	3.75	3.33	4.17	4.17	3.96		3.96	3.54	7.50	4.50
4	3.13	2.29	3.75	4.17	3.33	4.58	3.33	2.08	2.92		4.17	3.96	5.00	5.00
5	1.67	5.00	2.29	2.92	4.17		4.38	3.33	3.54	3.13	5.63	4.79	3.50	4.50
6	3.33	3.33	3.33	6.25	2.29	4.38	2.71		3.33		2.92	3.96	6.00	5.50
7	3.33	3.96	2.29	4.17	4.17		1.88		4.17		4.58	3.13	6.00	5.00
8	2.08	4.58	1.25		3.75		2.71		2.08		4.58	3.75	6.00	4.50
9	3.33	4.38	3.33	3.96	3.54		4.58	2.29	2.92	3.33	2.92		3.50	6.00
10	2.71	5.00	2.08	3.96	2.71	4.38	4.38		4.38		5.63	5.21	5.00	5.00
11	3.96	4.38	2.08	3.96	3.96		3.33		2.50		3.13		5.00	
12	3.13	4.38	2.71	2.29	3.75		4.38		4.17	4.79	1.67		5.00	5.00
13	1.46	5.00	2.29	5.42	3.75		5.21		4.79		2.29	5.21	7.50	5.00
14	2.50	4.38	1.46	4.17	3.33	5.42	4.79		2.29		3.54		6.00	4.50
15	3.54	3.54	2.50	5.21	3.54	5.00	3.13		4.79		3.75	5.21	7.00	6.50
16	5.42	3.54	2.92	2.92	4.58		4.38	2.92	2.71	2.50	3.75		6.00	7.00
17	4.38	5.42	1.88		2.71		4.38	3.96	2.92		3.54	4.17	6.50	5.50
18	2.50	4.17	2.50	4.38	4.17		3.96		4.79		2.92	2.92	5.00	
19	3.96	4.79	2.92	5.00	4.58		3.33		3.75	3.54	3.54		7.00	4.00
20	3.13	3.75	1.88	4.58	2.92	2.50	4.58	4.17	3.13	2.92	3.75		6.50	3.00
21	3.75	3.75	2.71	4.17	3.96	4.38	3.96	2.92	3.13	4.17	4.17	3.96	7.00	6.00
22	3.13	3.54	2.08		3.13		4.79		2.08		2.92		6.50	
23	4.79	4.17	1.67	4.17	2.92		2.71		3.13				6.50	7.00
24	3.13	3.75	3.54	5.42	4.38	5.21	1.67		4.58					
25	3.33	3.96	3.13	4.58	2.50		4.38		3.75	3.33				
26	3.75	5.42	2.71	3.96	3.96		2.92		2.29	3.96				
27	3.13	6.67	3.54	5.00	5.21		2.71	4.17	4.17	3.13				
28	3.33	3.54	2.92		5.63		3.75	3.33	3.75	2.50				
29	4.38	3.33	3.54		3.54	4.38	3.54	2.71						
30	4.38	4.58	2.92		3.54		2.50	2.71						
31	3.33	4.38	2.50		4.17		4.58							
32	1.25	2.92	2.29	3.13	4.38									
33	3.33	3.33	2.29	5.00	3.96									
34	4.38	3.75	1.88	5.63										
35	2.71	3.13	1.88											

Antes de continuar se debe mencionar el hecho muy importante de la diferencia de alumnos que presentaron el primer examen y los que presentaron el segundo; solamente se señala, pero más adelante se comenta esta circunstancia.

11.3 Revisión por medio de los promedios

El primer análisis de los resultados se hace con la comparación de los promedios de las calificaciones. En seguida se presenta dicho análisis.

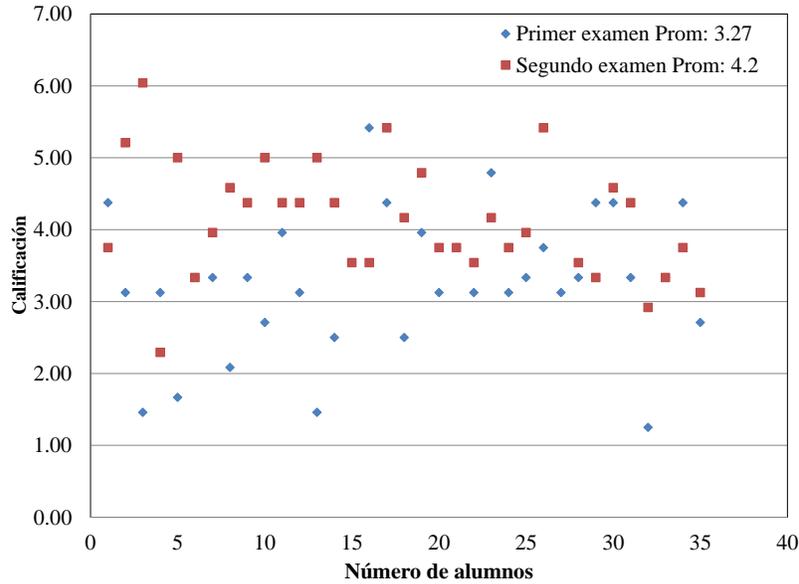


Figura 11-1. Resultados Tecnológico de Monterrey (grupo de control)

Al observar los resultados del Tecnológico de Monterrey (Figura 11-1) se observa una mejora de un poco más de un punto en cuanto a las calificaciones del segundo examen respecto al primero, ello en cuanto al promedio del grupo. Puede observarse que los marcadores rojos correspondientes al segundo examen están ubicados preferentemente en la parte superior.

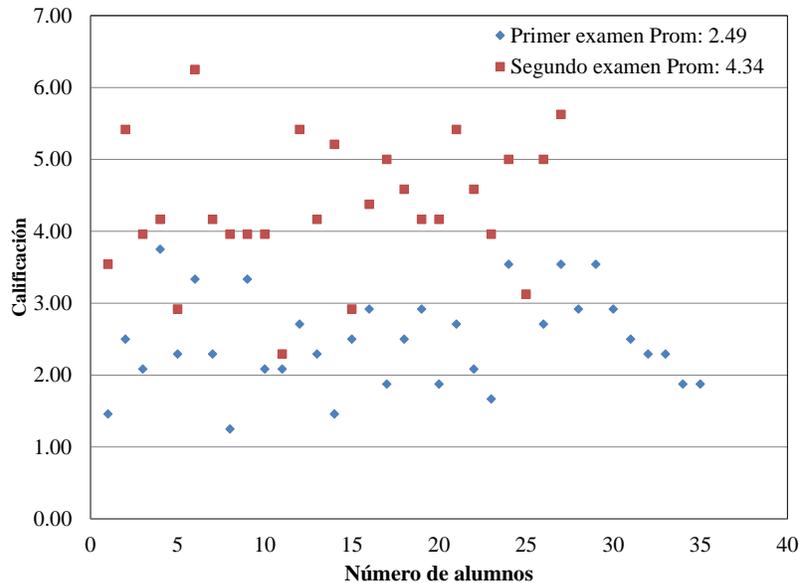


Figura 11-2. Resultados de la Universidad Michoacana (grupo de control)

Como puede observarse en la Figura 11-2, se tiene una mejora en las calificaciones obtenidas respecto al primer examen. Se mejoró en menos de 2 puntos en el promedio y aún no se tiene una calificación aprobatoria en la mayoría de los resultados.

Un caso especial es el de tres grupos (secciones) de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Michoacana. Se trata de las secciones primera, quinta y séptima a las que les imparte las clases el mismo profesor; la primera sección fue de control y las otras de referencia. Se considera especial dado que es el mismo profesor.

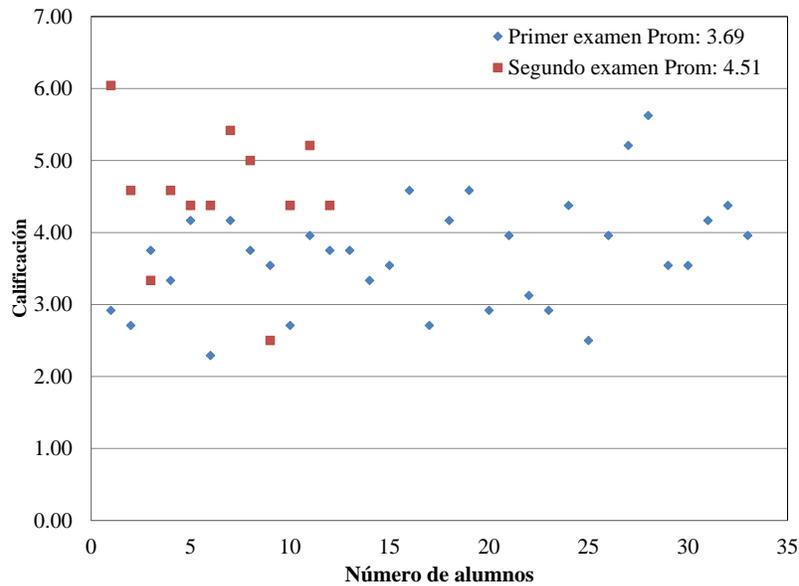


Figura 11-3. Universidad Michoacana 1ª sección (grupo de control)

La 1ª sección de la Universidad Michoacana fue un grupo de control, puede observarse en la Figura 11-3, que efectivamente se tiene un mejoramiento en la calificación y dicha mejora, como en los dos casos anteriores es muy pequeña.

En las tres gráficas anteriores (Figura 11-1, Figura 11-2 y Figura 11-3) puede apreciarse claramente cómo los marcadores rojos, que en todos los casos corresponden a la segunda calificación, están ubicados por encima de los marcadores azules (calificaciones del primer examen) y además están más agrupados. Ello significa que la diferencia entre las primeras y las segundas calificaciones es apreciable a simple vista. Lo que asegura que la nueva didáctica propicia mejores calificaciones.

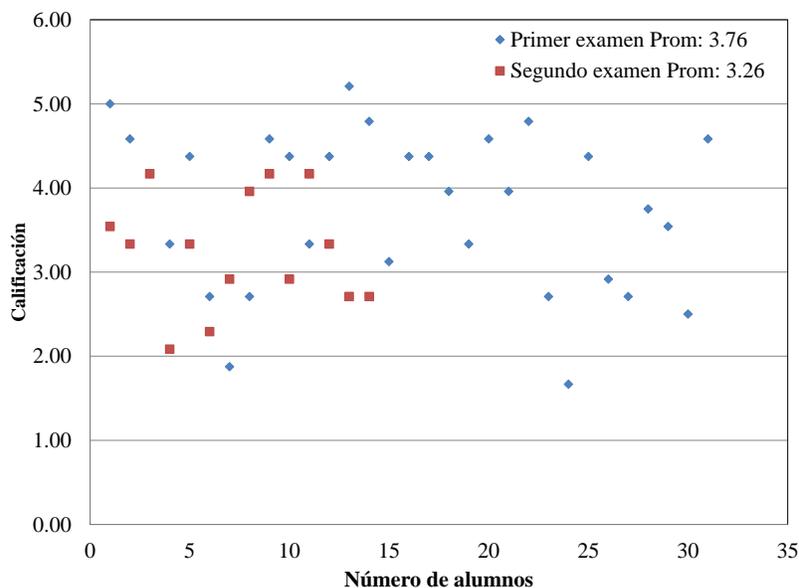


Figura 11-4. Resultados Universidad Michoacana 5ª sección (grupo de referencia)

La 5ª sección fue un grupo de referencia al que no se le instruyó con la nueva didáctica y se tuvo un resultado inesperado (Figura 11-4): las calificaciones no subieron, por el contrario se obtuvieron calificaciones menores.

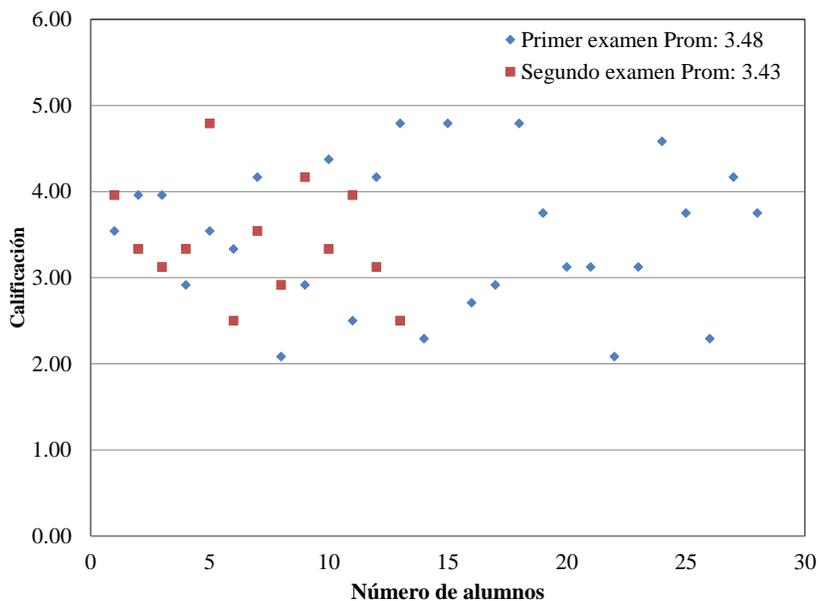


Figura 11-5. Resultados Universidad Michoacana 7ª sección (grupo de referencia)

En la gráfica correspondiente a la 7ª sección de la Universidad Michoacana (Figura 11-5) nuevamente se obtuvo una disminución del promedio en el segundo examen respecto al primero, si bien es muy poca la disminución, sí se tuvo una menor calificación en promedio.

Otro grupo de referencia estuvo en la Universidad de San Luis Potosí, los resultados se muestran en la Figura 11-6. En una inspección visual de la gráfica se puede observar cómo los marcadores

rojos correspondientes al segundo examen, están mezclados con los marcadores azules del primer examen. Ello significa que la manera de impartir la materia de hidráulica (sin la nueva didáctica) no propicia aprovechamiento significativo en los alumnos.

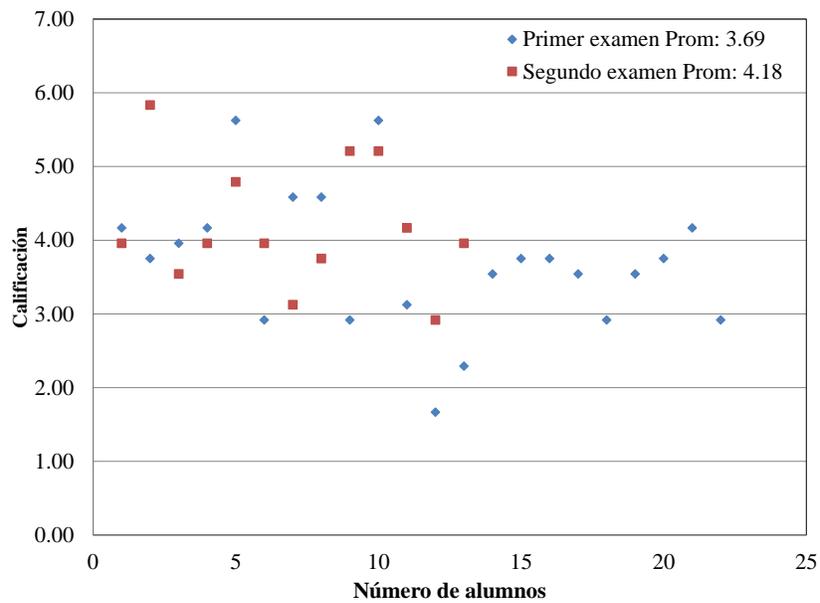


Figura 11-6. Resultados Universidad de San Luis Potosí (grupo de referencia)

El siguiente caso es el grupo de referencia de la Universidad de Zacatecas. En primer lugar, nótese la calificación comparativamente alta respecto a cualquiera de los otros grupos (Figura 11-7); se sospecha que se aplicó el examen a alumnos que ya habían tomado la materia, pero se obtuvo la misma circunstancia de los otros grupo de referencia ya que las calificaciones son menores en el segundo examen.

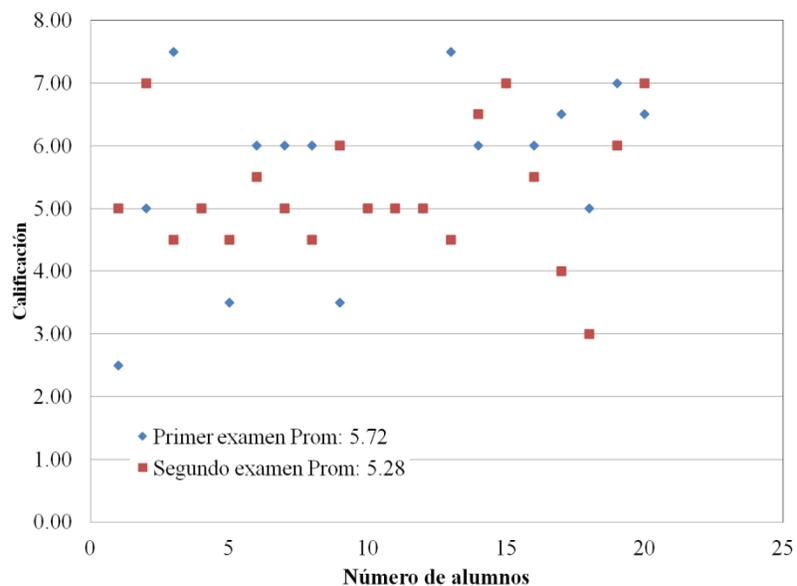


Figura 11-7. Resultados en un grupo de referencia (Zacatecas)

En las cuatro gráficas anteriores, correspondientes a los grupos de referencia, se puede observar que los marcadores rojos (primer examen) están muy cercanos a los marcadores azules (segundo examen); es decir, no se aprecia la diferencia entre el primero y el segundo examen; lo que significa que los alumnos no aumentaron sus conocimientos después de haber cursado la materia de hidráulica.

A continuación se presenta un resumen de los promedios simples de cada grupo (Tabla 11-3). Los bajos promedios son muy notorios; este hecho puede ligarse a bajo aprovechamiento y escasa adquisición de conocimientos en niveles inferiores y anteriores. Se puede observar como los tres grupos de control subieron su promedio y los grupos de referencia no solo no mejoraron, sino que bajaron su calificación, a excepción del grupo de la Universidad de San Luis Potosí que sí mejoró pero muy poco. También llama la atención el promedio relativamente mayor de la Universidad de Zacatecas, respecto de los otros promedios, sin embargo también bajó su promedio en el segundo examen.

Tabla 11-3. Revisión de los promedios

Institución		Promedios		Diferencia
		Pre	Post	
<i>A. Grupos de control (nueva didáctica)</i>				
1	Tecnológico de Monterrey (control)	3.27	4.20	0.93
2	Universidad Michoacana Sección única	2.49	4.34	1.85
3	Universidad Michoacana 1ª Sección	3.69	4.51	0.82
<i>B. Grupos de referencia</i>				
4	Universidad Michoacana 5ª Sección	3.76	3.26	-0.5
5	Universidad Michoacana 7ª Sección	3.48	3.43	-0.05
6	Universidad Autónoma de San Luis Potosí	3.69	4.18	0.49
7	Universidad Autónoma de Zacatecas	5.72	5.28	-0.44

En pláticas con los profesores sobre la poca mejora y las calificaciones menores en el segundo examen, se comentó que muy posiblemente las causas de tal circunstancia se relacionan con la nula motivación o presión para los alumnos, ya que dichas calificaciones no tenían ningún impacto en su calificación de la materia. Esta causa toma fuerza si se observa el número de alumnos en los primeros exámenes y el número de alumnos en el segundo; obsérvese la Tabla 11-4, como puede notarse la disminución en el número de alumnos que presentaron el segundo examen en las secciones primera, quinta y séptima de la Universidad Michoacana y en la Universidad de San Luis Potosí es muy alta.

Tabla 11-4. Número de alumnos en los exámenes

Institución		Núm. alumnos		Deserción (%)
		Pre	Post	
G1	Tecnológico de Monterrey	35	35	0%
G2	Universidad Michoacana Sección única	35	33	6%
G3	Universidad Michoacana 1ª Sección	33	12	64%
G4	Universidad Michoacana 5ª Sección	31	14	55%
G5	Universidad Michoacana 7ª Sección	28	13	54%
G6	Universidad Autónoma de San Luis Potosí	22	13	41%
G7	Universidad Autónoma de Zacatecas	23	20	13%

Los resultados tan poco satisfactorios hacen pensar en la posibilidad de que la nueva didáctica no tenga un efecto importante en la enseñanza; o como se dice en estadística, que no sea *estadísticamente significativa*. Con ello se corre el peligro de que las variaciones de calificación entre los exámenes se pudiesen deber a errores aleatorios y no al efecto que pueda tener la nueva didáctica en la enseñanza. Para tener rigor en la respuesta a dicho cuestionamiento se recurre a una herramienta común en la estadística avanzada: el ANOVA, que enseguida se presenta.

11.4 ANOVA en la revisión de resultados

El análisis ANOVA (Por sus siglas en inglés -Analysis of Variance-) se utiliza cuando las diferencias entre los efectos de grupos sometidos a un tratamiento y grupos sin tratamiento, son pequeñas. En tales casos se realiza el análisis para comparar las magnitudes de las diferencias por el efecto de un tratamiento, contra las magnitudes de los errores propios de la medición.

11.4.1 ¿Qué es el ANOVA?

Es un análisis de las varianzas dentro de grupos, comparadas con las varianzas entre grupos. Al realizar la comparación se puede encontrar si las diferencias de las medias dentro los grupos son estadísticamente significativas o no. Si se encuentra que las diferencias son estadísticamente significativas se ha encontrado que las diferencias entre los grupos no dependen del azar y que algo que afecta la variable independiente provoca dicha diferencia. Si, por el contrario, se encuentra que no hay diferencia significativa se puede concluir que las diferencias entre los grupos se deben a cuestiones aleatorias y que los efectos externos no afectan a la variable independiente o cuantitativa. La Figura 11-8 ilustrativa gráficamente la esencia del ANOVA; se tienen seis grupos identificados con diferente color, las líneas continuas representan la media de la variable dependiente de cada grupo. Con el ANOVA se hace la comparación de la varianza interna de cada grupo con la varianza de las medias entre los grupos, respecto a la media total. Las dobles flechas blancas ilustran la varianza a la que se hace referencia cuando se habla de la varianza dentro del grupo; las dobles flechas negras se refieren a las varianzas entre los grupos (diferencias entre las medias de cada grupo, respecto a la media total).

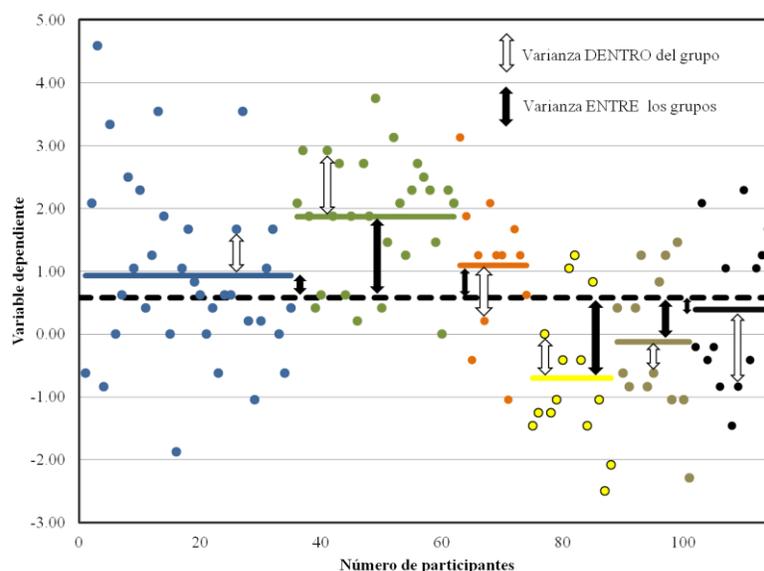


Figura 11-8. Visualización de la varianza dentro de un grupo y la varianza entre los grupos

11.4.2 Planteamiento teórico del ANOVA

El siguiente material se tradujo de Walpole et al (2012).

Las muestras aleatorias de tamaño n se seleccionan de cada k poblaciones. Las k poblaciones se clasifican sobre la base de un criterio único, tal como diferentes tratamientos o grupos. Por lo general, y actualmente, el término *tratamiento* se usa para referirse a varias clasificaciones que podrían ser diferentes materiales pétreos, diferentes fertilizantes, diferentes regiones de un país o calificaciones de diferentes grupos escolares.

Se asume que las diferentes poblaciones son independientes y tienen una distribución normal, con medias $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$ y varianza común σ^2 , tales supuestos son más aceptables si vienen de procesos aleatorios. Se desea encontrar métodos apropiados para probar las siguientes hipótesis

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

$$H_1: \text{Al menos dos medias no son iguales}$$

Se aclara que y_{ij} , indica la j -ésima observación del i -ésimo tratamiento; el arreglo de los datos se muestra en la Tabla 11-5. En dicha tabla Y_i , es número total de observaciones en la muestra para el i -ésimo tratamiento; \bar{y}_i , es la media de todas las observaciones en la muestra para el i -ésimo tratamiento. $Y_{..}$ es el total de todas las nk observaciones, y $\bar{y}_{..}$ es la media de todas las k observaciones.

Tabla 11-5. k muestras aleatorias

Tratamiento:	1	2	...	i	...	k	
	y_{11}	y_{21}	...	y_{i1}	...	y_{k1}	
	y_{12}	y_{22}	...	y_{i2}	...	y_{k2}	
	\vdots	\vdots		\vdots		\vdots	
	y_{1n}	y_{2n}	...	y_{in}	...	y_{kn}	
Total	Y_1	Y_2	...	Y_i	...	Y_k	$Y_{..}$
Media	\bar{y}_1	\bar{y}_2	...	\bar{y}_i	...	\bar{y}_k	$\bar{y}_{..}$

Cada observación puede escribirse en la forma

$$Y_{i,j} = \mu_i + \epsilon_{i,j}$$

Donde $\epsilon_{i,j}$ mide la desviación de la j -ésima observación en la i -ésima muestra respecto de la media del tratamiento correspondiente. El término $\epsilon_{i,j}$ representa el error aleatorio y desempeña el mismo papel que el error en los modelos de regresión. Una alternativa y mejor forma de esta ecuación se obtiene sustituyendo $\mu_i = \mu + \alpha_i$ sujeto a la restricción $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 0$, por lo tanto se puede escribir

$$Y_{i,j} = \mu + \alpha_i + \epsilon_{i,j}$$

Donde μ es precisamente la media de todas las μ_i , de tal manera que

$$\mu = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \mu_i$$

Y α_i es el denominado **efecto** del *i-ésimo* tratamiento.

La hipótesis nula de que las medias de las poblaciones son iguales contra la hipótesis alternativa de que al menos dos de las medias no lo son, se puede reemplazar por las siguientes hipótesis equivalentes

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_k = 0$$

H_1 : Al menos una de las α_i no es igual a cero

Ahora se separará la variabilidad total en componentes, para ello, la propuesta se basará en una comparación de dos estimaciones independientes de la varianza común de la población σ^2 . Estas estimaciones se obtendrán *particionando* la variabilidad total de los datos, designada por la doble sumatoria siguiente:

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (y_{i,j} - \bar{y}_{..})^2$$

En dos componentes (teorema de la identidad de la suma de cuadrados):

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (y_{i,j} - \bar{y}_{..})^2 = n \sum_{i=1}^k (y_{i..} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (y_{i,j} - \bar{y}_i)^2$$

En lo subsecuente, es conveniente identificar los términos de las identidades de las sumas de cuadrados mediante la siguiente notación:

Tres medidas importantes de variabilidad	$SST = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (y_{i,j} - \bar{y}_{..})^2 = \text{Suma de cuadrados total}$
	$SSA = n \sum_{i=1}^k (y_{i..} - \bar{y}_{..})^2 = \text{Suma de cuadrados del tratamiento}$
	$SSE = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (y_{i,j} - \bar{y}_i)^2 = \text{Suma de cuadrados de los errores}$

La identidad de la suma de cuadrados puede representarse por la ecuación siguiente
 $SST = SSA + SSE$

La identidad susodicha aclara cómo las variaciones dentro del tratamiento y las variaciones entre tratamientos abonan a la suma de cuadrados total. Sin embargo, aún puede lograrse mayor profundidad si se investigan los valores esperados de los componentes *SSA* y *SSE*. Eventualmente se deberán desarrollar estimaciones de la varianza que calculen sistemáticamente el cociente

(ratio) que se usará para probar la igualdad de las medias de las poblaciones. Tal desarrollo puede ser el siguiente y ya ha sido demostrado (Walpole et al, 2012):

$$E(SSA) = (k-1)\sigma^2 + n \sum_{i=1}^k \alpha_i^2$$

Si H_0 es verdadera, se puede estimar σ^2 sobre $k-1$ grados de libertad, por medio de la ecuación siguiente:

$$s_1^2 = \frac{SSA}{k-1}$$

Si H_0 es verdadera y con ello cada α_i es igual a cero, se puede observar que:

$$E\left(\frac{SSA}{k-1}\right) = \sigma^2$$

y s_1^2 es una estimación no sesgada de σ^2 . Por otro lado, si H_1 es verdadera se tiene:

$$E\left(\frac{SSA}{k-1}\right) = \sigma^2 + \frac{n}{k-1} \sum_{i=1}^k \alpha_i^2$$

y s_1^2 estima a σ^2 más un término adicional, el cual mide las variaciones debidas a errores sistemáticos.

Una segunda e independiente estimación de σ^2 sobre $k(n-1)$ grados de libertad es esta conocida fórmula:

$$s^2 = \frac{SSE}{k(n-1)}$$

Es importante enfatizar la importancia de los valores esperados de los cuadrados de las medias indicados anteriormente. En seguida se muestra el uso de un **F-ratio** con el cuadrado de la media del tratamiento ubicado en el numerador. Cuando H_1 es verdadera, la existencia de la condición $E(s_1^2) > E(s^2)$ sugiere que el **F-ratio** se usa en el contexto de una prueba de un lado y de cola derecha. Es decir, cuando H_1 es verdadera, se esperaría que el numerador s_1^2 supere al denominador.

La s^2 estimada es insesgada, independientemente de la verdad o falsedad de la hipótesis nula. Se pide atención en lo siguiente: la identidad de suma de cuadrados divide no solamente la variabilidad total de los datos, también divide al número total de grados de libertad. Esto es:

$$nk - 1 = k - 1 + k(n - 1)$$

Cuando H_0 es verdadera, el cociente (ratio) $f = s_1^2 / s^2$ es un valor de la variable aleatoria F que tiene la *distribución F* con $k-1$ y $k(n-1)$ grados de libertad. Esto se debe a que s_1^2 sobre estima σ^2 cuando H_0 es falsa, entonces se tiene una prueba de un lado con la región crítica enteramente en la cola derecha de la distribución.

La hipótesis nula H_0 se rechaza con un nivel de significancia o de significación α , cuando:

$$f \rangle f_{\alpha} [k-1, k(n-1)]$$

Comúnmente, los cálculos para un problema de ANOVA se resuelven usando una tabla como la mostrada enseguida:

Esquema para solución del ANOVA				
Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados de medias	f calculado
Tratamientos	SSA	$k-1$	$s_1^2 = \frac{SSA}{k-1}$	$\frac{s_1^2}{s^2}$
Error	SSE	$k(n-1)$	$s^2 = \frac{SSE}{k(n-1)}$	
Total	SST	$kn-1$		

11.5 Aplicación del ANOVA a las diferencias de calificación

Como ya se ha mencionado se tuvieron dos tipos de grupos: aquellos a los que se les impartió la clase con la nueva didáctica utilizando la propuesta alterna (propuesta doctoral) y aquellos a los que se les impartió la clase sin cambios.

Para este caso se plantearán las hipótesis nula y alterna de la misma manera que se plantea comúnmente, es decir:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

$$H_1: \text{Al menos dos medias no son iguales}$$

En la hipótesis nula H_0 , se supone que las medias de cada grupo son iguales. En la hipótesis alterna se supone que al menos dos de dichas medias no son iguales. Cada hipótesis tiene su significado, si la hipótesis nula resulta verdadera, quiere decir que aquellos grupos que a los que se les impartió la clase con la nueva didáctica, no experimenta ningún cambio respecto a los grupos escolares a los que se les impartió la clase como se viene haciendo y las diferencias se deben a diferencias aleatorias de los resultados.

Para el caso de la evaluación de los resultados del trabajo doctoral se utilizó una variación de la tabla ANOVA tomada de un ejemplo³.

Primeramente, se acomodan las observaciones de cada muestra por columnas (Tabla 11-6). En este caso las muestras son los grupos a los que se les aplicó examen (*pre* y *post*) y los datos son LAS DIFERENCIAS de calificación entre el examen pre y el post de cada alumno. Así mismo se aclara que ya se han desechado y acomodado los espacios vacíos correspondientes a los alumnos que ya no se presentaron al segundo examen.

³ <https://www.youtube.com/watch?v=xN7yUaQmdIA>

Tabla 11-6. Diferencias de calificaciones entre los exámenes *pre* y *post*

#	G1 Tec Mont	G2 Mich	G3 Mich1 ^a	G4 Mich5 ^a	G5 Mich7 ^a	G6 SLP
1	-0.63	2.08	3.13	-1.46	0.42	-0.21
2	2.08	2.92	1.88	-1.25	-0.63	2.08
3	4.58	1.88	-0.42	0.00	-0.83	-0.42
4	-0.83	0.42	1.25	-1.25	0.42	-0.21
5	3.33	0.63	0.21	-1.04	1.25	-0.83
6	0.00	2.92	2.08	-0.42	-0.83	1.04
7	0.63	1.88	1.25	1.04	-0.63	-1.46
8	2.50	2.71	1.25	1.25	0.83	-0.83
9	1.04	0.63	-1.04	-0.42	1.25	2.29
10	2.29	1.88	1.67	-1.46	-1.04	-0.42
11	0.42	0.21	1.25	0.83	1.46	1.04
12	1.25	2.71	0.63	-1.04	-1.04	1.25
13	3.54	1.88		-2.50	-2.29	
14	1.88	3.75		-2.08		
15	0.00	0.42				
16	-1.88	1.46				
17	1.04	3.13				
18	1.67	2.08				
19	0.83	1.25				
20	0.63	2.29				
21	0.00	2.71				
22	0.42	2.50				
23	-0.63	2.29				
24	0.63	1.46				
25	0.63	0.00				
26	1.67	2.29				
27	3.54	2.08				
28	0.21					
29	-1.04					
30	0.21					
31	1.04					
32	1.67					
33	0.00					
34	-0.63					
35	0.42					

Posteriormente se utiliza la tabla ANOVA (Tabla 11-7)

Tabla 11-7. Variación de la tabla ANOVA

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados de medias	f calculado
Tratamientos	$SSA = \sum \frac{C_i^2}{k_i} \frac{(\sum x)^2}{n}$	$c-1$	$s_1^2 = \frac{SSA}{c-1}$	$\frac{s_1^2}{s^2}$
Error	$SSE = \sum x^2 - \sum \frac{C_i^2}{k_i}$	$n-c$	$s^2 = \frac{SSE}{n-c}$	
Total				

En donde:

- C_i ; suma de datos por columna
- i ; contador correspondiente al orden de cada columna (1^a columna $i=1$; 2^a columna $i=2$; etc)
- c ; número de columnas
- n ; número de datos

k ; número de datos en cada columna

$\sum x$; suma de todos los datos

Realizando los cálculos con auxilio de Excel, se encontraron los datos siguientes (Tabla 11-8):

Tabla 11-8. Resultados en la tabla ANOVA de las diferencias

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados de medias	f calculado
Tratamientos	$SSA=78.26$	5	15.65	10.69
Error	$SSE=107$	107	1.46	
Total				

El valor de f calculado es 10.69; consultando la tabla de la distribución F , se encuentra un valor crítico de 2.3. El valor encontrado es varias veces mayor que el factor de la tabla, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula.

Esto quiere decir, primeramente, que la varianza entre los grupos es diferente de la varianza dentro de los grupos; por otro lado, para la investigación doctoral se puede afirmar que el efecto del tratamiento, que en este caso es el hecho de haber impartido las clases de acuerdo a la propuesta, tiene un efecto en las calificaciones que obtuvieron los alumnos que fueron instruidos con base en la didáctica propuesta. En este caso es un efecto positivo, aunque muy bajo.

Otro análisis estadístico muy interesante es el llamado coloquialmente “diagrama de cajas y bigotes” relacionado con las medidas de dispersión conocidas como cuartiles. Para mayor detalle de este tema ver Dalgaard (2008). El diagrama de cajas y bigotes de las diferencias se presenta en la Figura 11-9:

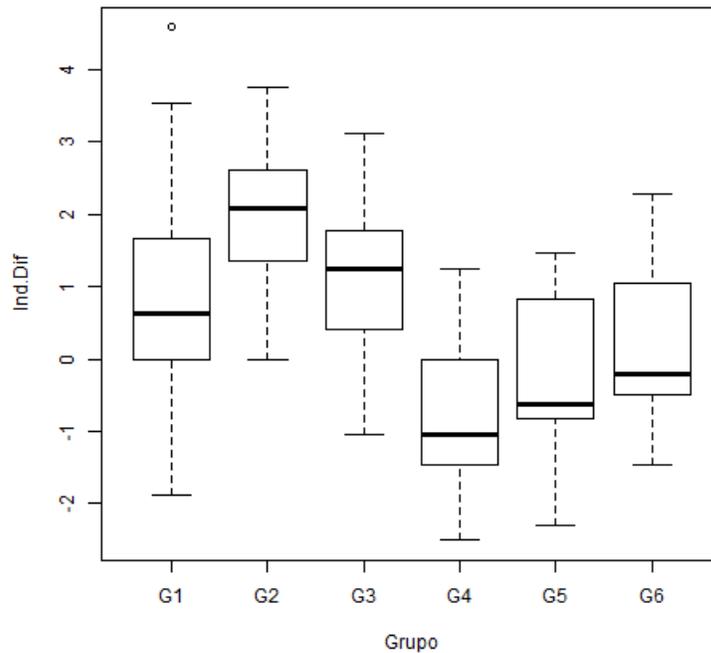


Figura 11-9. Diagrama de cajas y bigotes de las diferencias de calificación

Las medianas de cada grupo están representadas por la línea más gruesa que cruza horizontalmente las cajas, dichas medianas coinciden con el cuartil Q2 o del 50%. Puede observarse que están más arriba en los tres primeros grupos que fueron los grupos de control. Esta es la evidencia gráfica de que los grupos de control se vieron innegable y positivamente influenciados por la nueva didáctica. También se aprecia una diferencia especial entre los grupos de control y los de referencia; la posición de las medianas está más al centro de la caja en los tres primeros grupos que en los tres últimos (grupos de referencia, sin la nueva didáctica). El hecho de que la mediana esté cargada hacia abajo de la caja significa que se tiene cierta concentración de alumnos con calificación por debajo de la mediana.

Finalmente, se debe enfatizar la diferencia entre los grupos G3 y G4, ya que a dichos grupos les impartió clase el mismo profesor. Al grupo G3 se le dio la nueva didáctica y al G4 no, obsérvese que la diferencia de calificaciones es notoria.

11.6 Aplicación del ANOVA al Índice Santana

El índice *Santana* tiene la siguiente base: se aplica la misma técnica de *pre-post*, es decir, se aplica un primer examen, al que se le puede llamar *examen diagnóstico* o *examen pre* antes de dar una materia o una parte de la misma, y al terminarla se aplica el mismo examen al que ahora se le llama *examen post*. En el primer examen un alumno cualquiera obtiene una calificación a_0 , y en el segundo examen obtiene una calificación a_1 , si la aspiración o esperanza de calificación es 10, dicha circunstancia se puede presentar esquemáticamente como sigue (Figura 11-10).

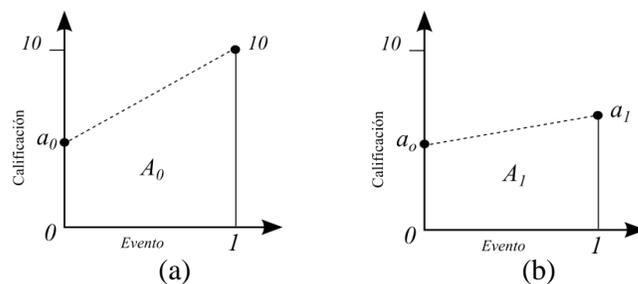


Figura 11-10. Descripción del Índice Santana

Si el alumno cumpliera la expectativa de ir de la calificación a_0 a la calificación de 10, o la calificación *meta*, cubriría, de acuerdo con la figura, un área A_0 , pero si llega a cualquier otra calificación menor a 10, por ejemplo, a_1 , cubrirá el área A_1 , menor al área esperada. El índice Santana es la relación entre las áreas, estimadas como el cociente de las mismas, que varía entre 0 y 1, y que pretende medir el aprovechamiento de un estudiante durante un *evento* o curso. Básicamente, el Índice Santana refleja el aprovechamiento esperado, pero con respecto a una calificación meta, que es el diez. El desarrollo algebraico del índice se presenta a continuación (Tabla 11-9).

Tabla 11-9. Desarrollo algebraico del Índice Santana.

Conceptualización	Algebra	Id.
El índice Santana (r) se concibe como el cociente entre las áreas de cada opción (A_0 y A_1)	$r = \frac{A_1}{A_0}$	(a)
Las áreas se calculan como el área de un trapecio	$A_0 = \frac{(a_0+10)(1)}{2}; A_1 = \frac{(a_0+a_1)(1)}{2}$	(b)
Sustituyendo en (a)	$r = \frac{(a_0 + a_1)(1)/2}{(a_0 + 10)(1)/2}$	(c)
Se pueden eliminar del numerador y del denominador los números (1 y 2)	$r = \frac{(a_0 + a_1)}{(a_0 + 10)}$	(11-1)

Aplicando la fórmula (11-1) a los resultados se obtienen los siguientes índices (Tabla 11-10):

Tabla 11-10. Índice Santana entre los exámenes *pre* y *post*

#	G1 Tec Mont	G2 Mich	G3 Mich1 ^a	G4 Mich5 ^a	G5 Mich7 ^a	G6 SLP
1	0.5654	0.4363	0.6935	0.5693	0.5538	0.5735
2	0.6352	0.6336	0.5736	0.5425	0.5224	0.6970
3	0.6545	0.5000	0.5149	0.5886	0.5075	0.5373
4	0.4128	0.5760	0.5934	0.4059	0.4839	0.5735
5	0.5716	0.4239	0.6034	0.5362	0.6154	0.6667
6	0.4996	0.7187	0.5427	0.3934	0.4375	0.5323
7	0.5469	0.5256	0.6768	0.4040	0.5441	0.5286
8	0.5513	0.4631	0.6364	0.5248	0.4138	0.5714
9	0.5784	0.5469	0.4461	0.6001	0.5484	0.6290
10	0.6066	0.5000	0.5578	0.5076	0.5362	0.6933
11	0.5974	0.3618	0.6569	0.5626	0.5167	0.5556
12	0.5720	0.6397	0.5913	0.5362	0.5147	0.3929
13	0.5637	0.5256		0.5207	0.4930	0.5085
14	0.5504	0.5820		0.5071		
15	0.5229	0.4336				
16	0.5811	0.5650				
17	0.6815	0.5791				
18	0.5336	0.5664				
19	0.6268	0.5488				

#	G1 Tec Mont	G2 Mich	G3 Mich1 ^a	G4 Mich5 ^a	G5 Mich7 ^a	G6 SLP
20	0.5240	0.5093				
21	0.5455	0.6397				
22	0.5080	0.5513				
23	0.6058	0.4824				
24	0.5240	0.6307				
25	0.5469	0.4768				
26	0.6669	0.6066				
27	0.7464	0.6773				
28	0.5154					
29	0.5362					
30	0.6231					
31	0.5784					
32	0.3707					
33	0.4996					
34	0.5654					
35	0.4595					

Ahora, la tabla de cálculo del ANOVA entrega los siguientes resultados (Tabla 11-11).

Tabla 11-11. Resultados en la tabla ANOVA del índice Santana

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados de medias	f calculado
Tratamientos	SSA=0.0672	5	0.0672	2.4673
Error	SSE=0.5884	108	0.5884	
Total				

El valor de f calculado es 2.4673; consultando la tabla de la distribución F , se encuentra un valor crítico de 2.3. El valor encontrado es mayor que el factor de la tabla, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula. El diagrama de bigotes del índice Santana se presenta a continuación (Figura 11-11).

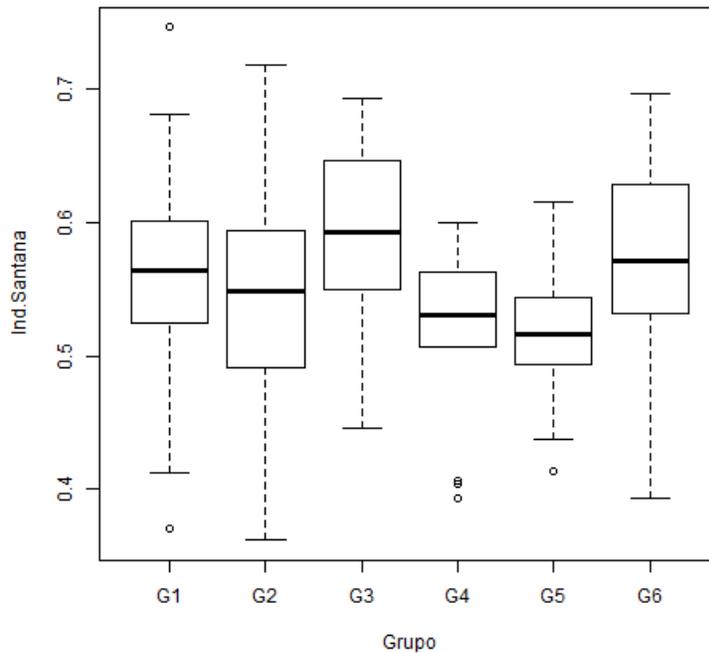


Figura 11-11. Diagrama de cajas y bigotes del Índice Santana

Como se indicó anteriormente, el Índice Santana es una métrica del aprovechamiento que debieron tener los alumnos al recibir una instrucción. La mejor interpretación que se puede tener de esta gráfica, y que sirve para los fines de la investigación, es que no importa el método de enseñanza ni el tema de la misma, se tuvo el mismo interés en el experimento en todos los grupos.

11.7 Aplicación del ANOVA a las calificaciones finales

Como un tercer análisis de los resultados, se aplicó el análisis ANOVA a las calificaciones finales, es decir a las calificaciones obtenidas por los alumnos en el segundo examen. Con este análisis se pretende verificar las calificaciones sin considerar la calificación del primer examen. Las calificaciones obtenidas en el segundo examen (post) se presentan en la tabla siguiente (Tabla 11-12):

Tabla 11-12. Calificaciones finales (examen post)

#	G1 Tec Mont	G2 Mich	G3 Mich1 ^a	G4 Mich5 ^a	G5 Mich7 ^a	G6 SLP
1	3.75	3.54	6.04	3.54	3.96	3.96
2	5.21	5.42	4.58	3.33	3.33	5.83
3	6.04	3.96	3.33	4.17	3.13	3.54
4	2.29	4.17	4.58	2.08	3.33	3.96
5	5.00	2.92	4.38	3.33	4.79	4.79
6	3.33	6.25	4.38	2.29	2.50	3.96
7	3.96	4.17	5.42	2.92	3.54	3.13
8	4.58	3.96	5.00	3.96	2.92	3.75
9	4.38	3.96	2.50	4.17	4.17	5.21
10	5.00	3.96	4.38	2.92	3.33	5.21
11	4.38	2.29	5.21	4.17	3.96	4.17

#	G1 Tec Mont	G2 Mich	G3 Mich1 ^a	G4 Mich5 ^a	G5 Mich7 ^a	G6 SLP
12	4.38	5.42	4.38	3.33	3.13	2.92
13	5.00	4.17		2.71	2.50	3.96
14	4.38	5.21		2.71		
15	3.54	2.92				
16	3.54	4.38				
17	5.42	5.00				
18	4.17	4.58				
19	4.79	4.17				
20	3.75	4.17				
21	3.75	5.42				
22	3.54	4.58				
23	4.17	3.96				
24	3.75	5.00				
25	3.96	3.13				
26	5.42	5.00				
27	6.67	5.63				
28	3.54					
29	3.33					
30	4.58					
31	4.38					
32	2.92					
33	3.33					
34	3.75					
35	3.13					

Los resultados se presentan en la tabla Tabla 11-13.

Tabla 11-13. Resultados en la tabla ANOVA de las calificaciones finales

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados de medias	f calculado
Tratamientos	$SSA=19.71$	5	3.9417	6.67
Error	$SSE=63.78$	108	0.5905	
Total				

Se repite el resultado final: el valor de f calculado es 2.4673; consultando la tabla de la distribución F , se encuentra un valor crítico de 6.67. El valor encontrado es mayor que el factor de la tabla, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula.

Es así que en los tres análisis ANOVA debe rechazarse la hipótesis nula. Ello debe interpretarse, como ya se mencionó, que el tratamiento (la nueva didáctica) tiene un efecto sobre los grupos de control tal, que las diferencias entre los resultados entre los grupos de control y los grupos de referencia, son mayores que aquellas diferencias que pudiesen resultar como producto del error aleatorio. El diagrama de bigotes en este caso de las calificaciones finales es el siguiente (Figura 11-12):

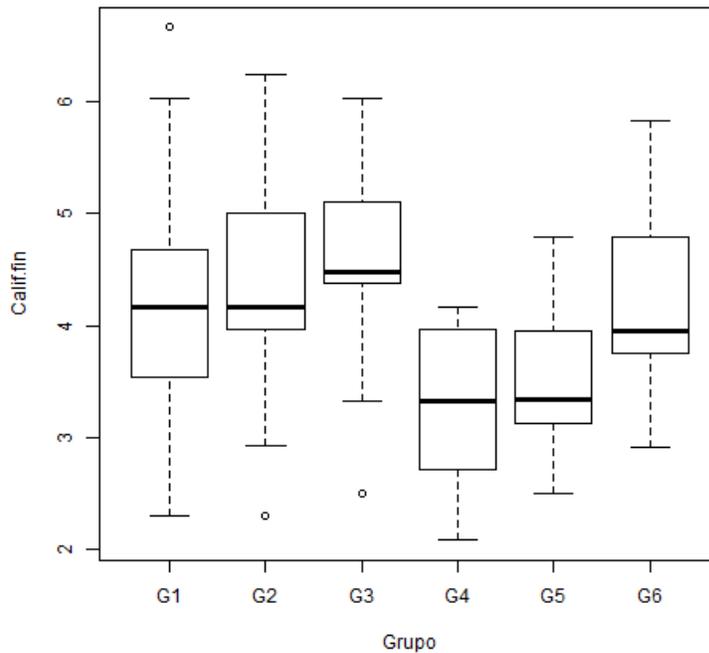


Figura 11-12. Diagrama de cajas y bigotes de las calificaciones finales

Nuevamente puede apreciarse que las calificaciones más altas están en los grupos de control. Sin embargo debe hacerse notar que en este caso, no se considera la información del examen previo, y ello hace perder “realidad” al análisis, aún cuando persiste el mejor desempeño de los grupos de control. La información que se estaría ocultando es qué tan bien o qué tan mal estaban los alumnos antes de la clase y podría darse la circunstancia de que ya estaban bien antes de la clase y de allí podrían surgir dos situaciones: o bien, que mejoraron muy poco respecto a lo que sabían o bien que bajaron de calificación en el segundo examen, pero ninguna de dichas circunstancias se vería reflejada en el análisis.

11.8 Entrevista a profesores colaboradores

Para contar con otro elemento de campo para la evaluación de la propuesta, se realizó una encuesta a los profesores participantes. Las preguntas y sus respuestas se presentan en la Tabla 11-14.

Tabla 11-14. Respuestas a la entrevista por parte de los profesores colaboradores

Preguntas		Respuestas		
		Profesor A	Profesor B	Profesor C
1	¿Leyó el cuaderno del alumno?	Sí	Sí	Sí
2	¿Leyó el cuaderno del profesor?	Sí	Sí	Sí
3	¿Cómo encuentra el material respecto a su claridad?	Muy claro, todo el texto	En general me parece claro.	Muy claro
4	¿Cómo encuentra el material respecto a la cobertura del programa de la materia?	Se cubren todos los contenidos de la clase	El plan incluye bombeo y canales, tal vez se puedan incluir algunas cosas en	Se cubren todos los contenidos de la clase.

Preguntas	Respuestas			
	Profesor A	Profesor B	Profesor C	
		esos temas.		
5	¿Cómo se trabajó con el material en la clase?	Se utilizó como material de texto en clase.	Cada alumno lo leyó en casa, se asignaron algunas lecturas y luego voluntariamente los alumnos las comentaban. A veces sin mucha participación.	Se utilizó como material de texto en clase. Se leía en clase y hubo vínculo con el material de clase.
6	¿El material proporcionado sustituyó algún material actual de su programa clase?	Ayudó a comprender los temas a la hora de hacer los ejercicios correspondientes	No fue una sustitución completa, más bien fue un apoyo. En el concepto de presión como apoyo parcial. En el caso del tema de energía fue un poco más.	Más de la mitad del curso.
7	Califique la utilidad de los comentarios para los profesores incluidos en el cuaderno del profesor	Muy útiles	Muy útiles, sí aclaran la intención.	Muy útiles.
8	¿Cómo considera las explicaciones de los conceptos?	Muy claras y sencillas	Muy claras y sencillas, me parecen claras en general.	Claras, pero muy extensas, motivan la divagación.
9	¿Comprendió los conceptos que se manejan en el material didáctico (cuaderno)?	Comprendí todos los conceptos.	Comprendí todos los conceptos.	Comprendí todos los conceptos.
10	¿Cómo considera la parte histórica en cuanto a la conveniencia didáctica?	Es interesante y muy útil como apoyo para la clase.	Es interesante y muy útil como apoyo para la clase. Quizás <u>útil</u> a secas.	Es interesante, pero ayuda poco, puede distraer. (Sería bueno tener un libro como el de Levi, pero más sencillo).
11	¿Cómo considera la parte histórica en cuanto a cobertura?	Es adecuada: ya que ayuda a comprender de una mejor manera el concepto.	Es adecuada.	Es adecuada.
12	¿Cómo considera el rigor matemático y físico de las deducciones propuestas?	Adecuado.	Suficiente	Adecuado.
13	¿Considera que las deducciones son complejas para su manejo en clase?	No son complejas.	No son complejas.	No son complejas.
14	¿Son adecuadas las deducciones para los objetivos de la materia?	Muy adecuadas.	Suficientemente adecuadas.	Muy adecuadas.
15	¿Cómo se presentó el primer examen?	Fue para resolver en casa	Fue para resolver en clase.	Se presentó en clase.
16	¿Se tuvo algún inconveniente durante la aplicación del primer examen?	No hubo inconvenientes.	No hubo inconvenientes o al menos no lo externaron.	No hubo inconvenientes, se utilizó un proyector.
17	¿Cómo se presentó el segundo examen?	Se presentó en clase.	Se presentó en clase.	Se presentó en clase, impreso.
18	¿Se tuvo algún inconveniente durante la aplicación del segundo examen?	No hubo inconvenientes.	No hubo inconvenientes.	Algunos ya no quisieron participar. No había recompensa ni motivación. El cuestionario tenía muchas preguntas.
19	¿Tuvo comentarios de alumnos sobre el material didáctico?	No	No	No
20	¿Los estudiantes se mostraron	Algunos: la manera en que	Noté que a algunos les	Es mejor que Sotelo,

Preguntas		Respuestas		
		Profesor A	Profesor B	Profesor C
	interesados o motivados con los temas expuestos?	se trata el tema, es un motivo para que sea de su interés.	llamó la atención las notas históricas.	pero se perdió el interés.
21	¿Considera útil la propuesta didáctica en general?	Muy útil: pero se debe combinar con todo el temario, no tratarlo todo a la vez	Muy útil.	Es necesaria, se ocupa porque es fluida.
22	¿Considera que adecuada la manera de implementar la propuesta?	Otra opción: combinar como lo mencione en el cuestionamiento anterior	Es adecuada.	Que fuera obligatoria.
23	¿Qué opinión tiene sobre los resultados de los dos exámenes que aplicó a su(s) grupo(s)?	Fue un buen ejercicio, pero si se hubiera combinado habría sido mejor	Reconozco que al aplicar exámenes en forma diferente no fue bueno. Algunos conceptos no los habían visto para nada, por lo que resulta obvio que no saquen notas tan buenas. No sé si pensar en dos exámenes diferentes ayude en algo.	La primera sección es más responsable consistentemente en todas las materias. Se fue perdiendo el interés en general.
24	¿Tiene alguna idea para mejorar la aplicación de la propuesta?	Ya lo mencioné anteriormente	Podría pensarse en una mejora o adaptación de los exámenes, tanto diagnóstico como el segundo. Después pensé en quizás aplicar algún <i>quiz</i> para asegurarme que los alumnos consultaron su material, o usarlo más activamente en clase.	Software interactivo.
25	¿Tiene algún comentario general sobre la propuesta?	En general, es una muy buena propuesta.	A mí me parece una propuesta con excelente intención para el nivel licenciatura de ingeniería civil. Privilegia lo práctico a lo árido, claro, haciendo la aclaración debida.	Gustaron las definiciones. Debe existir un libro más explícito que Sotelo.

Las preguntas de la entrevista tienen diferentes intenciones y se elaboraron de acuerdo con dichas intenciones. Se tiene tres tipos de intenciones (a) manera de proceder por parte de los profesores; (b) opinión de los profesores sobre la propuesta y (c) recomendaciones. En la Tabla 11-15 se presenta una síntesis de las respuestas con intenciones de mayor facilidad de apreciación en lo que respecta a las preguntas en las que interesa la opinión.

Tabla 11-15. Opiniones de los profesores colaboradores

Número y tema de la pregunta		Respuestas
3	Claridad del material	Muy claro/claro/muy claro
7	Comentarios en el cuaderno del profesor	Muy útiles/muy útiles/ muy útiles
8	Explicación de los conceptos	Muy claras y sencillas/ muy claras y sencillas/ claras-divagantes
10	Parte histórica	Interesante y muy útil/ interesante y muy útil-útil a secas/interesante-distractora
21	Utilidad de la propuesta	Muy útil/ muy útil/necesaria
22	Manera de implementar la propuesta	Combinar/adecuada/que fuese obligatoria

Como puede apreciarse, la opinión general de la propuesta es positiva por parte de los profesores que la aplicaron. Por otro lado, si se revisan las preguntas sobre la manera de proceder, se puede ver que se tuvieron diferencias, por ejemplo, un profesor dejó el primer examen para resolver en casa y el segundo se resolvió en casa. Otra gran diferencia es la manera de aplicar la propuesta en clase, un profesor dejó la lectura del material para clase y sólo se leyó voluntariamente en clase.

12 Conclusión y recomendaciones

Derivado de los antecedentes y desarrollo de esta investigación es posible concluir que los contenidos de los libros de hidráulica carecen de un tratamiento didáctico. Este problema deriva de la intención de los escritores originales de los contenidos. Un ejemplo muy claro de lo mencionado, es la deducción de las ecuaciones de Euler, donde una de ellas se utiliza para plantear la ecuación fundamental de la hidrostática. La deducción que se incluye en Nekrazov (1966) es parecida a la deducción que presenta el mismo Euler en un documento dirigido a la Academia de Berlín (Liñán, 2009) con la clara intención de su aceptación por parte de los sabios de la academia para su publicación en las memorias de la misma. Es muy razonable concluir que Euler no pensó en redactar ni presentar su material con intenciones didácticas; él no pretendía que sus deducciones fuesen entendidas por personas de recién ingreso a la licenciatura; su intención era convencer a los sabios. La preparación de los sabios era muy superior, jamás comparable con la preparación de los alumnos de recién ingreso. El material que se presente a los alumnos debe ser diferente a la que presentó Euler. El error no es de Euler; el error es de la persona que incluye el material sin darle algún tratamiento didáctico.

La aplicación de la nueva didáctica representada por el material escrito (cuadernos del profesor y del alumno y la realización de exámenes previos y posteriores), arrojó una conclusión importante: la implementación de nuevas estrategias de enseñanza, como la propuesta doctoral actual, requiere de mayor y mejor preparación de las acciones para demostrar su potencial real.

También se concluye enfatizando los aportes de la propuesta doctoral. Por una parte, la revisión de los resultados de los exámenes aplicados a una muestra de alumnos que ya han cursado la materia de hidráulica, arrojó un promedio muy bajo: 2.45 en una escala de 10. Esto se debe a la escasa preparación de la generalidad de los alumnos que vienen con bajo aprendizaje de los conceptos previos necesarios para adquirir los nuevos conocimientos que supone la hidráulica. La propuesta doctoral es clara: trabajar con los conceptos previos, y para ello se propone lo que se ha llamado las *estructuras cognitivas de las ecuaciones de la hidráulica básica*.

Otro resultado del análisis de la problemática es el uso en los libros de texto que incluyen contenidos creados originalmente sin intenciones didácticas. Para reaccionar a esto se propuso la transposición didáctica en la deducción de las ecuaciones. En lugar de las deducciones convencionales incluidas en los textos de hidráulica, se proponen deducciones simplificadas más cortas y claras que propician una mejor comprensión de las etapas físicas y algebraicas presentes en el desarrollo de las ecuaciones.

Una propuesta más, es el uso de la historia como apoyo didáctico. La idea no es original en el contexto general de la enseñanza, su originalidad radica en la aplicación a la materia de la hidráulica y en un cambio de enfoque: en general la historia de la hidráulica se presenta como la historia de las obras hidráulicas; en cambio lo que se ha usado en la propuesta doctoral es la evolución de los conceptos y tecnicismo de las ecuaciones, que a su vez van acompañadas de anécdotas menos técnicas pero muy convenientes para las intenciones didácticas.

Del análisis de los promedios y de la aplicación del ANOVA, se concluye que, desde el punto de vista estadístico, el efecto del tratamiento sobre los grupos de control, tiene significancia

estadística; ello quiere decir que la magnitud de las diferencias en los grupos de control, es mayor que la magnitud de las diferencias generadas por circunstancias aleatorias ajenas al tratamiento.

Finalmente se proponen algunas recomendaciones. Primeramente y dados los resultados de la investigación se dan recomendaciones encaminadas a continuar algunas actividades derivadas del doctorado.

Los resultados de la aplicación de la nueva didáctica en grupos de prueba no fueron tan exitosos como se esperaba; ya se mencionaron las posibles causas de tal situación. Por ello, se considera muy conveniente realizar nuevamente los experimentos cuidando la manera de dar la clase por parte de los profesores y asignando mayor importancia a los resultados de los exámenes, haciendo por ejemplo que la calificación obtenida en el examen posterior o segundo examen, aporte a la calificación final de los alumnos en la materia. También es altamente recomendable comparar cada parte de las evaluaciones para detectar las mayores y menores diferencias entre las calificaciones de ambos exámenes, de manera de tener elementos de retroalimentación y mejorar la nueva didáctica en las partes que tuviesen menor diferencia.

Por otro lado, también se mencionan recomendaciones que son externas a la investigación doctoral, por lo que están fuera del alcance de la investigación y se refieren a cambios en las actividades docentes y curriculares relacionadas con la enseñanza de la hidráulica.

La problemática de la baja comprensión de los conceptos de la hidráulica básica puede tener otras causas además de las contempladas en el trabajo doctoral. Por ejemplo, tal vez los profesores de hidráulica carezcan de elementos pedagógicos dado que su carrera no es de docencia; generalmente son ingenieros habilitados como profesores. Al respecto se recomienda que se aliente y propicie el acercamiento de los ingenieros profesores de hidráulica a la pedagogía. Tal vez convenga la creación de cursos de posgrado o diplomados orientados al mejoramiento de la enseñanza de la hidráulica. En otras disciplinas esto no es nuevo, se conocen maestrías en enseñanza de la química o de la biología.

Otro aspecto que conviene revisar son las prácticas de laboratorio de hidráulica. Tal vez observar la vinculación de las prácticas con los contenidos de las clases; o bien, indagar sobre el número de escuelas que tienen laboratorio y sus equipamientos, así como la manera de realizar tales prácticas; y de igual manera, sería muy conveniente revisar aquellas estrategias pedagógicas que pudiesen aumentar la potencia didáctica de las prácticas de laboratorio.

Otro aspecto importante de las prácticas de laboratorio de hidráulica es el establecimiento de objetivos superiores explícitos. Es decir, no se establece explícitamente la razón por la cual se realizan. La intención más lógica es apoyar el mejor entendimiento de los contenidos vistos en clase. Si ésta es la razón, entonces habrá que revisar los contenidos y dinámicas para corroborar el cumplimiento de tal intención; así como la sincronización con las propias clases, ya que en ocasiones en el laboratorio se tratan temas que en clase aún no se tocan. Otra circunstancia a observar es la posibilidad de realizar prácticas de laboratorio que sirvan para preparar a los alumnos para el ejercicio profesional; de la misma manera que los médicos realizan prácticas para realizar su trabajo posteriormente a la finalización de sus estudios.

Para soportar la investigación doctoral se realizó, entre otras acciones, una búsqueda de las fuentes de los contenidos del plan de estudios de la materia. Se considera necesario realizar cambios en dichos planes. El hecho de que los nombres de los temas del plan de estudios tengan una gran coincidencia con un libro de hidráulica que tiene aproximadamente 40 años de haberse publicado por primera vez, es un asunto que debe revisarse. No se propone que se cambie el temario *a priori*, lo que se propone es un análisis a los contenidos para tener elementos que apoyen la decisión de seguir con el mismo temario, o bien, hacerle modificaciones menores o cambios importantes.

Muchas ideas se pueden tener sobre cómo hacer las cosas mejor. Y no se deben desechar tales inquietudes, pero para los tiempos restringidos del periodo doctoral, se debe terminar ya. Así que como conclusión final se dirá que en opinión de los profesores es pertinente la propuesta, y que tal pertinencia se puede demostrar, dado que, a pesar de sus circunstancias desfavorables, los grupos de control lograron mejores o menos bajas calificaciones que los grupos de referencia.

13 ANEXO A. El constructivismo, el aprendizaje significativo y la transposición didáctica.

Cualquier intento de mejoramiento de la enseñanza de la hidráulica, pasa forzosamente por aspectos de la didáctica como parte de la pedagogía. En seguida se presentan algunos contenidos que podrían representar herramientas de trabajo para las intenciones doctorales.

13.1 El Constructivismo.

Según el diccionario de filosofía de Runes (1981) *Construcción* es el proceso mental por el que se idean construcciones imaginarias, o bien, los resultados de estas actividades constructivas. En el mismo diccionario se tiene la definición de *construcción psicológica* que aparece como pertinente para los fines de la descripción del Constructivismo en didáctica. En primer lugar, se aclara el uso del adjetivo *psicológico* como contrario a *lógico* y se indica que “es una forma inventada por el sentido común y la imaginación científica o filosófica para la integración de diversos datos empíricos. A diferencia de una hipótesis, una construcción no es algo inferido de la experiencia, sino un esquema arbitrario que, aunque probablemente no sea una verdadera imagen del estado de cosas real, satisface la imaginación humana y suscita posteriores investigaciones. Los objetos de la percepción, espacio y tiempo, los átomos físicos, electrones, etc., así como las cosmovisiones filosóficas han sido llamadas construcciones lógicas por ciertos filósofos”.

Desde el punto de vista epistemológico, el constructivismo surge como una *contrarespuesta* al dualismo surgido a su vez como respuesta al tercer problema de la teoría del conocimiento, según Hessen (2003), el tercer problema del conocimiento es el más importante y en él se plantea la interrogante de quién determina a quién: el objeto al sujeto o viceversa. De manera natural surgen dos respuestas: el objetivismo y el subjetivismo. El primero plantea que el “el objeto determina al sujeto. Éste toma sobre sí en cierto modo las propiedades del objeto, las reproduce. Esto supone que el objeto hace frente como algo acabado, algo definido de suyo, a la conciencia cognoscente. Justamente en esto reside la idea central del objetivismo. Según éste, los objetos son algo dado, algo que representa una estructura totalmente definida, estructura que es reconstruida, digámoslo así, por la conciencia cognoscente.”

Por otro lado y en oposición, el subjetivismo “trata de fundar el conocimiento humano en el sujeto. Pero se tienen dos posiciones aparentemente diferentes: una que es planteada por *San Agustín*, quien siguiendo el precedente de *Plotino*, colocó el mundo flotante de las ideas platónicas en el espíritu divino. Posteriormente, en el *neokantismo*, se coloca al sujeto como una *conciencia en general*, significando con ello al conjunto de las leyes y los conceptos supremos de nuestro conocimiento”.

En conclusión, tanto el objetivismo como el subjetivismo, excluyen al sujeto individual de la adquisición, por sí mismo, de conocimiento. Como una opción alternativa a este dualismo epistemológico, surge el *Constructivismo*, en él se afirma que el sujeto individual, ya no el divino o el general, sí tiene injerencia en la adquisición de conocimiento.

13.2 Constructivismo en educación

El constructivismo es una corriente pedagógica creada por Ernst von Glasersfeld, basándose en la teoría del conocimiento constructivista, que postula la necesidad de entregar al alumno

herramientas que le permitan crear sus propios procedimientos para resolver una situación problemática, lo cual implica que sus ideas se modifiquen y siga aprendiendo.

El constructivismo educativo propone un paradigma en donde el proceso de enseñanza se percibe y se lleva a cabo como un proceso dinámico, participativo e interactivo del sujeto, de modo que el conocimiento sea una auténtica construcción operada por la persona que aprende (por el "sujeto cognoscente"). El constructivismo en pedagogía se aplica como concepto didáctico en la enseñanza orientada a la acción.

Como figuras clave del constructivismo cabe citar a Jean Piaget y a Lev Vygotski. Piaget se centra en cómo se construye el conocimiento partiendo desde la interacción con el medio. Por el contrario, Vygotski se centra en cómo el medio social permite una reconstrucción interna. La instrucción del aprendizaje surge de las aplicaciones de la psicología conductual, donde se especifican los mecanismos conductuales para programar la enseñanza de conocimiento.

13.3 El aprendizaje por reestructuración: constructivismo

Según Begochea (1997):

...para el racionalismo el aprender no es otra cosa que el descubrir algo que está en nosotros sin ser adquirido, como las ideas innatas. Tampoco para el empirismo el aprendizaje va más allá de la simple reproducción de lo que nos proporciona el entorno. En cambio, para el constructivismo el conocimiento es una interacción entre la nueva información y la información que ya se posee, y aprender, es construir modelos para interpretar la información que recibimos. También se habla de una construcción estática y una construcción dinámica. Ya se sabe que hay diferentes formas de constructivismo y es preciso delimitar el constructivismo al que nos referimos. Por construcción estática se entendería aquella construcción del conocimiento que se produce como consecuencia tanto de la nueva información que se presenta como de los conocimientos previos de los aprendices; algo así como la asimilación piagetiana, por la que la nueva información se asimila a las estructuras de conocimiento ya existentes. Esta afirmación es muy importante, sin embargo, no permite generar una verdadera teoría del aprendizaje constructivista. Por eso, contrapone a la construcción estática otra construcción, llamada dinámica, y es la que colmaría las exigencias de una verdadera construcción del aprendizaje. La construcción dinámica comprendería los procesos mediante los que el conocimiento cambia, o lo que es lo mismo: serían los procesos mediante los que esos conocimientos previstos del aprendiz cambian, o la acomodación de las estructuras de conocimiento a la nueva información, en palabras de Piaget. En efecto, el aprendizaje básicamente consiste en una reestructuración de los conocimientos anteriores, más que en la sustitución de unos conocimientos por otros. Esto supone un verdadero cambio, un cambio no sólo cuantitativo, sino también cualitativo, no un cambio de elementos aislados, sino de estructuras, donde hay una implicación activa basada en la reflexión y en la toma de conciencia del aprendiz, lo que le aleja sustancialmente de las posiciones racionalistas y asociacionistas del aprendizaje.

13.4 El constructivismo según Piaget

Begochea (1997) defiende la concepción constructivista dado que:

“... el aprendizaje asociativo no tiene relevancia teórica puesto que no desempeña función alguna en el cambio de las estructuras cognitivas, de ahí que defiende la concepción constructivista del conocimiento que se caracteriza por los siguientes datos:

- Una relación dinámica y no estática entre el sujeto y el objeto de conocimiento. En su interacción con el medio el sujeto adquiere nuevos conocimientos, pero éstos no son copia de la realidad, sino el resultado de la acción del sujeto sobre el objeto.
- El proceso de construcción es un proceso de reestructuración y reconstrucción, en el que todo conocimiento nuevo se genera a partir de otros conocimientos existentes en el sujeto.
- El sujeto es activo, es quien construye su propio conocimiento, siendo esta actividad mental algo intransferible, propia y personal del individuo. Por consiguiente, el conocimiento no es encontrado, sino construido por el sujeto activamente. El conocimiento procede de la actividad del sujeto. Esto supone que conocer un objeto implica elaborar un conjunto de acciones que permiten dominarlo.

13.5 El constructivismo según Vygotsky

Bengoechea continúa afirmando lo siguiente:

Si bien la construcción del conocimiento forma parte de la actividad autoestructurante del sujeto, y por lo tanto es algo interno y personal, no por ello es algo ajeno a la influencia de otras personas: especialmente el profesor, compañeros, familia, etc. Ya hace algunos años Vygotsky señaló que el conocimiento se generaba en un contexto social y culturalmente organizado. Interpretando su pensamiento diríamos que el conocimiento escolar se construye gracias a un proceso de interacción entre los alumnos, el profesor y el contenido. Estudiar los procesos de enseñanza y aprendizaje implica analizar estos tres componentes indicados de forma interrelacionada y no aislada. Por eso, en nuestros análisis es conveniente tener presente no sólo la actividad constructiva individual del aprendiz, sino también el contexto social (la ayuda pedagógica por parte del profesor u otros compañeros) donde realiza esa construcción, enlazando así con otro concepto vigotskiano de la zona de desarrollo próximo. El adulto con su apoyo u andamiaje (Bruner) conducirá a que lo que el sujeto es capaz de realizar a nivel social, interpsicológico, pueda realizar también a nivel individual e intrapsicológico.

13.6 Construcción del conocimiento escolar

Respecto a lo sucede en el salón de clases, Bengoechea concluye con lo siguiente:

En primer lugar el alumno es el responsable último de su propio proceso de aprendizaje, y como se dijo anteriormente, esto es algo intransferible, de tal suerte, que si él no aprende, nadie, ni siquiera, el profesor, puede hacerlo en su lugar. La enseñanza está mediatizada por la actividad mental constructiva del alumno, aunque, a veces, algunas formas de enseñar no ayudan al despliegue de esta actividad.

En segundo lugar, la actividad mental constructiva del alumno se aplica a contenidos ya elaborados, que forman parte de la cultura y del conocimiento, lo que hace que la construcción del alumno sea una construcción peculiar. Se construye algo que ya existe, lo cual no impide la construcción (en el sentido de atribuir significado personal), si bien esta construcción deberá orientarse hacia lo que socialmente está convenido. Podrá usar muchas formas de construir personales (creativas y poco usuales, por ejemplo, de sumar o escribir), pero habrán de acercarse a lo culturalmente establecido. Y para que sus actividades -incluida la constructiva- tengan una orientación adecuada a la finalidad educativa, precisarán de la ayuda del profesor.

Por tal motivo, y en tercer lugar, la aplicación de la actividad constructiva del alumno a unos contenidos ya elaborados y aceptados como saberes culturales, condiciona el papel que está llamado a desempeñar el profesor. Su función no sólo será la de proporcionar unas condiciones óptimas para una actividad constructiva rica del alumno, sino también la de guiarle para que progrese en sus capacidades, a través de unos aprendizajes cada vez más significativos.

Como se dijo más arriba, la actividad constructiva precisa de conocimientos previos y no puede ser solitaria. En el contexto escolar cuenta con la influencia y la guía del profesor para que tal actividad

sea más adecuada, autoestructurante y comprenda aprendizajes significativos. Los contenidos han de ser también significativos, tanto desde la *significatividad* lógica (material relevante y organizado) como significatividad psicológica (existencia en el alumno de elementos pertinentes y relacionables con el material a aprender). Como puede comprobarse, estas condiciones van hacer intervenir elementos que corresponden no sólo a los alumnos (el conocimiento previo), sino también al contenido del aprendizaje (su organización interna y su relevancia), y al profesor (que tiene la responsabilidad de ayudar con su intervención al establecimiento de relaciones entre el conocimiento previo de los alumnos y el nuevo material de aprendizaje). El hecho interesante a destacar es que en la propia definición del concepto de aprendizaje significativo encontramos los tres elementos implicados en el proceso de construcción del conocimiento en la escuela: el alumno el contenido y el profesor. El aprendizaje del alumno va a ser más o menos significativo en función de las interrelaciones que se establezcan entre estos tres elementos y de lo que aporta cada uno de ellos (el alumno, el contenido y el profesor) al proceso de aprendizaje. Por eso, aunque el alumno sea el responsable del aprendizaje, puesto que construye él los significados, no podrá entenderse el proceso de construcción al margen del contenido a aprender y del esfuerzo del profesor para que el alumno construya significados relacionados con el contenido.

13.7 Aprendizaje significativo

Primeramente, es forzoso y hasta obvio definir lo que es “significativo” sin unir la palabra con el término “aprendizaje”. En el sitio web psicopedagogía.com, se encontraron varias definiciones y de entre ellas se eligió el siguiente texto: “El ser humano tiene la disposición de aprender -de verdad- sólo aquello a lo que le encuentra sentido o lógica. El ser humano tiende a rechazar aquello a lo que no le encuentra sentido”.

Se pretende realizar una búsqueda de ejemplos de la aplicación del *Aprendizaje Significativo* a la enseñanza de la hidráulica; no se encontró tanta especificidad, pero sí se recolectaron documentos potencialmente útiles para los fines doctorales presentes. Por ejemplo se encontró un documento que trata sobre la *Teoría Ausbeliana del Aprendizaje Significativo*. El material es parte de la tesis doctoral de Sandro Aparecido Dos Santos denominada “La Enseñanza de Ciencias con un Enfoque Integrador a través de Actividades Colaborativas, bajo el Prisma de la Teoría del Aprendizaje Significativo con el uso de Mapas Conceptuales y Diagramas para Actividades Demostrativo-Interactivas – ADI”. El doctorado se realizó en la Universidad de Burgos, dentro del Programa Internacional de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias, del Departamento de Didácticas Específicas. (Dos Santos A, 2008). A continuación se citan diferentes párrafos que se consideran importantes.

Para Ausubel et al., la adquisición, por parte del alumno, de un conocimiento claro, estable y organizado pasa a ser el principal factor que influye en la adquisición de nuevos conocimientos en la misma área, y ve el almacenamiento de informaciones en el cerebro humano como algo extremadamente organizado. El aprendizaje significativo implica la adquisición de nuevos significados y los nuevos significados, a su vez, son productos del aprendizaje significativo. Es un proceso por medio del cual una nueva información se relaciona con un aspecto especialmente relevante de la estructura de conocimiento del individuo. El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe (cabe al profesor identificarlo y enseñar en consecuencia). Este conocimiento que el alumno ya tiene Ausubel lo llama *subsumisor*. Cuando se tiene un aprendizaje mecánico, no se tiene orden en la estructura cognitiva y el nuevo conocimiento se almacena de manera arbitraria. Las ideas principales de la teoría Ausbeliana del Aprendizaje significativo se presentan en el Mapa Conceptual de la Figura 13-1. El mapa puede explicarse primeramente con un glosario de términos:

- a) Estructura cognitiva: Organización de conocimientos previos en el aprendiz.

- b) Subsumidor: Conocimiento previo con la característica de ser el ancla mediante el cual el nuevo conocimiento es asimilado, Ausubel indica que se trata de un *concepto*.
- c) Diferenciación progresiva: Repetición del proceso de interacción entre el nuevo conocimiento y el concepto subsumidor que tiene como resultado la modificación del concepto subsumidor.
- d) Organizador previo: son materiales introductorios presentados antes del material de aprendizaje en sí. A diferencia de los sumarios que, de un modo general, son presentados al mismo nivel de abstracción, generalidad y amplitud, simplemente destacando ciertos aspectos del asunto, los organizadores son presentados a un nivel más alto de abstracción, generalidad e inclusividad. Para Ausubel, la principal función del organizador previo es la de servir de puente entre lo que el aprendiz ya sabe y lo que él debía saber con el fin de que el nuevo material pudiera ser aprendido de forma significativa. O sea, organizadores previos son útiles para facilitar el aprendizaje en la medida en que funcionan como “puentes cognitivos”. Los organizadores previos pueden tanto suministrar “ideas ancla” relevantes para el aprendizaje significativo del nuevo material, como establecer relaciones entre ideas, proposiciones y conceptos ya existentes en la estructura cognitiva y los contenidos en el material de aprendizaje.
- e) Aprendizaje mecánico: aprendizaje dado de manera tal que el nuevo conocimiento no interactúa con el subsumidor y por lo tanto el nuevo conocimiento es almacenado de manera arbitraria.
- f) Asimilación: proceso que ocurre cuando un concepto o proposición, potencialmente significativo, es asimilado bajo una idea o concepto más inclusivo, ya existente en la estructura cognitiva del aprendiz.
- g) Aprendizaje subordinado: es el proceso según el cual la nueva información adquiere significado a través de la interacción con subsumidores reflejando una subordinación del nuevo material con relación a la estructura cognitiva preexistente.
- h) Aprendizaje superordinado: es el que se da cuando un concepto o proposición potencialmente significativa, más general e inclusiva que las ideas o conceptos ya establecidos en la estructura cognitiva es adquirida a partir de éstos y pasa a assimilarlos.
- i) Aprendizaje combinatorio: aprendizaje de proposiciones y, en menor escala, de conceptos que no guardan una relación de subordinación o súperordinación; es decir, la nueva proposición no puede ser ni asimilada, ni assimilar.
- j) Aprendizaje representacional: es el tipo más básico de aprendizaje significativo, del cual dependen los demás; implica la atribución de significados a determinados símbolos (típicamente palabras), es decir, la identificación, en significado, de símbolos con sus referentes (eventos, conceptos, objetos). A este tipo de aprendizaje se le puede también llamar “aprendizaje de representaciones”.
- k) Aprendizaje conceptual: es de cierta forma, un aprendizaje representacional, pues los conceptos son también representados por símbolos particulares; sin embargo, son genéricos o categóricos, representan abstracciones de atributos esenciales de los referentes, es decir, representan regularidades en eventos u objetos. De igual manera que en el caso anterior, a este aprendizaje se le puede reconocer como “aprendizaje de conceptos”.
- l) Aprendizaje proposicional: contrariamente al aprendizaje representacional, la tarea no es aprender significativamente lo que representan las palabras separadas o combinadas, sino, aprender el significado de ideas en forma de proposición.

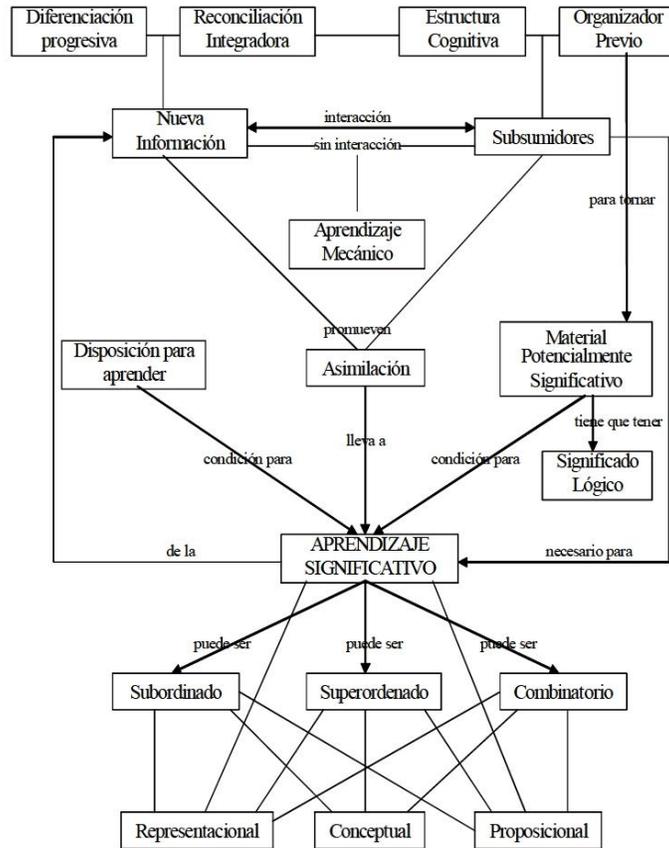


Figura 13-1. Mapa conceptual del Aprendizaje Significativo

Como conclusión de esta parte, se encontró un aporte sustantivo: el profesor como facilitador de un aprendizaje significativo tiene por lo menos, cuatro tareas fundamentales (Dos Santos A, 2008):

- Identificar la estructura conceptual y proposicional de la materia que se enseñará; es decir, identificar los conceptos y principios unificadores, inclusivos, con mayor poder explicativo y de propiedades integradoras y organizarlos jerárquicamente de modo que, progresivamente, abarquen los menos inclusivos, hasta llegar a ejemplos y datos específicos.
- Identificar cuáles son los subsumidores (conceptos, proposiciones e ideas claras necesarias, estables) relevantes para el aprendizaje del contenido a ser enseñado que el alumno debería tener en su estructura cognitiva para poder aprender significativamente este contenido.
- Diagnosticar lo que el alumno ya sabe; determinar entre los subsumidores específicamente relevantes (previamente identificados al organizar la materia de enseñanza), cuáles son los que están disponibles en la estructura cognitiva del alumno.
- Enseñar utilizando recursos y principios que faciliten el paso de la estructura conceptual de la materia a enseñar a la estructura cognitiva del alumno de una manera significativa.

Para la investigación sobre el mejoramiento de la enseñanza de la Hidráulica, se consideran muy pertinentes los cuatro pasos anteriores.

Ausubel, por su parte, opina que (Ausubel, 1983):

Una de las razones de que se desarrolle en los alumnos una propensión hacia el aprendizaje repetitivo con relación a la materia potencialmente significativa consiste en que aprenden por triste experiencia que las respuestas sustancialmente correctas que carecen de correspondencia literal con lo que les han enseñado no son válidas para algunos profesores. Otra de las razones consiste en que por un nivel generalmente elevado de ansiedad, o por experiencias de fracasos crónicos en un tema dado que reflejan, a su vez, escasa aptitud o enseñanza deficientemente y de ahí que, aparte del aprendizaje por repetición, no encuentren ninguna otra alternativa que el pánico. Este fenómeno es muy familiar a los profesores de matemáticas por el difundido predominio del “choque del número” o de la “ansiedad del número”. Por último, puede desarrollarse en los alumnos una actitud para aprender por repetición si están sometidos a demasiada presión como para ponerse sueltos de lengua o para ocultar, en vez de admitir y remediar gradualmente su falta original de comprensión genuina.

En estas circunstancias parece más fácil o más importante crear la impresión falsa de haber entendido con sencillez, aprendiéndose de memoria unos cuantos términos u oraciones clave, que tratar de comprender el significado de éstos. Los profesores suelen olvidar que los alumnos pueden inclinarse marcadamente al uso de términos abstractos que den la apariencia de propiedad, aunque la comprensión de los conceptos fundamentales de hecho no exista. Que la tarea de aprendizaje sea o no potencialmente significativa (intencionada y sustancialmente relacionable con la estructura cognoscitiva del alumno) es asunto un poco más complejo que el de la actitud hacia el aprendizaje significativo. En última instancia, depende obviamente de dos factores principales que intervienen en el establecimiento de esta clase de relación; es decir, tanto la naturaleza del material que se va aprender como la de la estructura cognoscitiva del alumno en particular.

Volviendo en primer término a la naturaleza del material, es obvio que no debe pecar de arbitrario ni de vago para que pueda relacionarse de modo intencionado y sustancial con las correspondientes ideas pertinentes que se hallen dentro del dominio de la capacidad humana (a las correspondientes ideas pertinentes ideas que por lo menos algunos seres humanos sean capaces de aprender si se les concede la oportunidad de hacerlo). Esta propiedad de la tarea de aprendizaje, que es la que determina si el material es o no potencialmente significativo, pertenece a la significatividad lógica, en muy raras ocasiones ausente de las tareas de aprendizaje escolar, pues el contenido de la materia de estudio, casi por definición, tiene significado lógico. Pero no es el caso con respecto a muchas tareas de laboratorio y de la vida cotidiana (por ejemplo, los números telefónicos, los adjetivos pareados, las oraciones revueltas, las listas de sílabas sin sentido) que son relacionables con cualquier estructura cognoscitiva solamente sobre bases arbitrarias y literales.

El segundo factor determinante de que el material de aprendizaje sea o no potencialmente significativo varía exclusivamente en función de la estructura cognoscitiva del alumno. La adquisición de significados como fenómeno natural ocurre en seres humanos específicos, y no en la humanidad en general. Por consiguiente, para que ocurra realmente el aprendizaje significativo no basta con que el material nuevo sea intencionado y relacionable sustancialmente con las ideas correspondientes y pertinentes en el sentido abstracto del término (a ideas correspondientes pertinentes que algunos seres humanos podrían aprender en circunstancias apropiadas). Es necesario también que tal contenido ideático pertinente exista en la estructura cognoscitiva del alumno en particular. Es obvio, por tanto, que en lo concerniente a los resultados del aprendizaje significativo de salón de clase, la disponibilidad y otras propiedades importantes, de contenidos pertinentes en las estructuras cognoscitivas de alumnos diferentes constituyen las variables y determinantes decisivos de la significatividad potencial. De ahí que la significatividad potencial del material de aprendizaje varíe no sólo con los antecedentes educativos, sino con factores como la edad, el C. I., la ocupación y pertinencia a una clase social y cultura determinadas.

De lo anterior es conducente inferir que de cualquier manera que se proceda, el aprendizaje general y el aprendizaje significativo, no se darán siempre, independientemente del uso o ausencia de estrategias didácticas.

13.7.1 Implementación de una propuesta de aprendizaje significativo de la cinemática a través de la resolución de problemas.

Sanchez et al (2009) presentan un trabajo que tiene como finalidad compartir implicaciones didácticas que surgen del diseño y la aplicación de una propuesta metodológica activa, basada en la resolución de problemas y uso del cálculo diferencial, como medios para abordar contenidos de cinemática que inducen una forma similar de resolver casi todos los ejercicios de cinemática, rescatando la interpretación física del problema y no el uso de fórmulas a memorizar. De esta manera se pretende evidenciar que los contenidos de la cinemática comprenden un conjunto de conceptos, principios, leyes y reglas que se deben aprender significativamente.

A través del cálculo diferencial, en esta propuesta, se adquiere un único método de resolución de ejercicios y problemas cerrados, donde no se considera el uso de fórmulas, sino que se desarrolla en el alumno la habilidad de interpretar, describir y transferir los conocimientos adquiridos en nuevas situaciones, a través de la comprensión de lo que realiza. Es decir, eliminando el uso indiscriminado de fórmulas para llegar a una solución y evitando aprender mecánicamente la asociación de cada ejercicio con una fórmula.

En el artículo se pueden encontrar coincidencias con lo que hasta ahora se ha manifestado en la presente investigación, por ejemplo se dice que “se tiene un uso indiscriminado de fórmulas matemáticas en los libros de texto universitarios y en las clases de Física dictadas, actualmente...”. El trabajo presenta opciones interesantes ya que muestra una manera de realizar y evaluar su propuesta; por ejemplo, presenta instrumentos de recolección de la información, forma de muestrear, y presentación gráfica de resultados.

13.7.2 Un módulo instruccional para un aprendizaje significativo de la energía.

Guruceaga y González (2011) describen en este artículo una experiencia sobre el aprendizaje significativo del concepto energía a través de la aplicación de un módulo instruccional conceptualmente transparente, fundamentado en el marco teórico de Ausubel y Novak que enfatiza la herramienta del mapa conceptual como instrumento facilitador de un aprendizaje significativo. La implementación del módulo se realizó con alumnos/as de un centro concertado de la comarca de Pamplona. El trabajo realizado muestra que como resultado de la instrucción realizada el alumnado presenta una evolución positiva en los indicadores del aprendizaje significativo en relación con el concepto energía. Además, este estudio pone de manifiesto dificultades en algunos alumnos para superar algunas concepciones erróneas sobre dicho concepto.

Los datos obtenidos y analizados en esta investigación confirman que los mapas posteriores a la implementación del módulo instruccional innovador sobre la energía realizados por los/las alumnos/as muestran evidencias de un aprendizaje significativo en relación con el concepto «energía», como son por una parte la mejora en la utilización de las palabras de enlace, el aumento de conceptos utilizados y la disminución en el número de errores en todos los/las alumnos/as participantes en la investigación.

Por otra parte, la medición previa y posterior de los resultados podría sugerir que el trabajo con mapas conceptuales, en un contexto de aprendizaje significativo, ha contribuido a la mejora de la inteligencia general, razonamiento lógico y eficacia de indudable valor para el aprendizaje de nuestros/as alumnos/as.

En este trabajo ya aparece la conjunción entre aprendizaje significativo y los mapas conceptuales. Así mismo se aprecia también la existencia de programas de cómputo como parte importante de la investigación.

13.7.3 Cuaderno de mediación de significados para la enseñanza del concepto de energía mecánica.

Ameneyro y Mora (2010) presentan un *Cuaderno de Mediación* que constituye una aplicación del constructivismo en aula, para la enseñanza del concepto de energía mecánica, elaborada a través de la estrategia *Ciclos de Aprendizaje* de Karplus, basada en la teoría de Piaget, y a la cual se han integrado el aprendizaje significativo de Ausubel y la Experiencia de Aprendizaje Mediado de Vigotsky. Este cuaderno se dio a conocer en un seminario a profesores de física del Sistema Nacional de Institutos Tecnológicos, en México, donde tuvo buena aceptación. Se reportan los resultados de la aplicación de la metodología con alumnos de ingeniería. Los autores mencionan que “se ha indagado sobre algunos factores que influyen en el aprendizaje del concepto de energía, tales como el tratamiento que se le da en los textos y las concepciones de los docentes, también se ha encontrado una escasa diferenciación entre conceptos cotidianos y científicos en las definiciones y relaciones; esto es, como si nunca lo hubiera estudiado el alumno, es decir, que lo que se ha enseñado no ha sido significativo para él, que no se distingue si está hablando de la “energía” un egresado de ingeniería o un neófito en la materia”.

Un aspecto particularmente interesante del artículo es que se trata de autores mexicanos, lo que facilita la posible interacción con dichos autores.

Se trató de un estudio cuantitativo con un componente cualitativo, que correspondió a una investigación experimental con un diseño pre y pos-test, con grupos control y experimental, correlacional, de tipo explicativo, multivariado, con variables: aprendizaje significativo y desempeño al resolver problemas que involucran energía mecánica, y con indicadores: puntaje obtenido en un Inventario del Concepto de Energía Mecánica (ICEM) y los procesos de cognición y metacognición de los estudiantes. Se compararon los resultados del instrumento antes y después del tratamiento, y se hizo un estudio estadístico; los resultados muestran una diferencia significativa, en cuanto a la apropiación del concepto de energía Mecánica, a favor del grupo experimental.

La propuesta tiene una intención conveniente y presenta fundamento y propuestas concretas (el cuaderno de mediación como tal, es una especie de práctica de laboratorio, que contiene organización y coherencia) sin embargo, no se presentan pruebas que hagan evidente la aceptación de los profesores de Física del Sistema de Tecnológicos a quienes se le presentó, ya que sólo se dice “se tuvo una buena aceptación”.

13.7.4 Diseño práctico de una Unidad Didáctica en el área de las Ciencias Experimentales enmarcado en un proceso de enseñanza-aprendizaje activo y constructivista.

Cruz-Guzmán (2011) menciona que “el proceso de elaboración de unidades didácticas en las etapas propias de la enseñanza obligatoria es uno de los aspectos centrales en el proceso educativo, ya que gran parte de los esfuerzos de los docentes, al margen de la labor directa con el alumnado, se centran en la realización de documentos como estos”. En este trabajo se presenta una propuesta de enseñanza de Métodos de la Ciencia en Educación Secundaria Obligatoria centrada en la energía. El estudio, que toma como referencia el enfoque constructivista del aprendizaje, presenta el diseño de los materiales curriculares. El trabajo se inicia explorando las ideas previas de los estudiantes sobre la Energía, estableciendo posteriormente los fundamentos teóricos apropiados.

El desarrollo de esta unidad didáctica, denominada “Energía y Calor”, es un elemento inmejorable para preparar un conjunto de clases basadas en un enfoque constructivista del aprendizaje. Se presentan para ello una selección de objetivos, criterios de evaluación, contenidos, estrategias didácticas, temporalización de la unidad, recursos y materiales didácticos y técnicas de evaluación.

Se trata de un trabajo más sobre la energía. La autora fundamenta su propuesta utilizando la mayoría de las estrategias didácticas hasta aquí mencionadas. Sin embargo al parecer, no se presente evidencia de la forma en que el fundamento didáctico está presente en la unidad didáctica propuesta. Dicha unidad es una serie de presentación de conceptos, preguntas y actividades con las que se pretende facilitar la adquisición del concepto *energía* con todas las características de un adecuado aprendizaje constructivista.

13.7.5 Propuesta de enseñanza de los conceptos de Trabajo y Energía Mecánica, fundamentada en la Teoría de Ausubel.

El objetivo de este trabajo (Roa, 2008) es presentar una propuesta de actividades fundamentada desde una teoría psicológica. Se entiende que optar por un referente psicológico no supone que sea posible aislar los supuestos epistemológicos y didácticos con los que se acuerda. La idea es mostrar de qué manera la selección de los objetivos, de las preguntas, y de los ejercicios; así como también la secuencia desarrollada durante la unidad, están influidas por el referente teórico. Se elabora una propuesta de actividades para el bloque de contenidos de trabajo (mecánico) y energía, fundamentada psicológicamente desde la teoría cognitiva del aprendizaje significativo de Ausubel.

La autora menciona que el docente debe considerar lo siguiente:

- Presentar ideas básicas unificadoras de una disciplina antes de conceptos periféricos.
- Atender a las limitaciones generales sobre el desarrollo cognitivo de los sujetos.
- Usar definiciones claras y precisas y explicitar similitudes y diferencias entre conceptos relacionados.
- Que los alumnos trabajen en la reformulación de los nuevos conocimientos en sus propias palabras, como criterio de comprensión adecuada.

Como se puede apreciar, una vez más se trata el tema de la energía, y se proponen formas de enseñar el concepto usando las herramientas y consideraciones de la teoría Ausubeliana. Hace referencia a otros autores quienes señalan dificultades ya comunes en la comprensión del concepto. Según varios autores, entre las dificultades halladas, aún en estudiantes universitarios, luego de aprobar la asignatura Física I, pueden mencionarse por ejemplo:

- Dificultades para diferenciar el concepto de fuerza y el de energía.
- Dificultades para diferenciar el significado del concepto de trabajo en el ámbito científico y en el cotidiano. Por ejemplo: se vincula el trabajo con la idea de esfuerzo.
- Uso de relaciones de causalidad inadecuada: Ej.: fuerza causante lineal del cambio de energía cinética (E_c); la E_c cambia sólo por el trabajo de fuerzas no conservativas.
- Dificultades para comprender el significado físico asociado al lenguaje formal. Ej.: para interpretar significado físico del signo negativo asociado a una magnitud vectorial.
- Dificultad para identificar la no conservación de la energía en sistemas mecánicos.
- Dificultades para distinguir entre tipos de energía y transformaciones de energía.
- Incorrecta conceptualización de la energía como un fluido material.

La propuesta incluye preguntas o problemas disparadores, para introducir un tema o un concepto; ejercicios de aplicación, que involucran conceptos ya institucionalizados; y un trabajo práctico a desarrollar en grupos pequeños o como tarea para el hogar que plantea una nueva revisión de los conceptos desarrollados. El docente será el encargado de decidir si realizarlo en forma paralela al tratamiento de los temas o al finalizar el bloque de contenidos. Se sugiere en la secuencia de actividades que aparece a continuación, que ejercicio del trabajo práctico correspondería realizar. También se propone que los alumnos realicen comentarios acerca de la actividad, referidos a su propósito y a las posibles intervenciones que acompañarían el desarrollo de los temas según las respuestas e inquietudes de los alumnos. Una manera de finalizar el bloque, independientemente de la evaluación que se considere, es proponer que los alumnos realicen un mapa conceptual involucrando los contenidos conceptuales desarrollados.

13.7.6 Organizadores previos y Aprendizaje Significativo.

En el material recopilado, sobresale el brasileño Marco Antonio Moreira, en Moreira (2012) se refiere a los muy importantes conocimientos previos de Ausubel. A continuación se muestran sus opiniones:

Se ha planteado que “el aprendizaje significativo deba ser preferido con relación al aprendizaje mecánico y que ése presupone la existencia, en la estructura cognitiva, de conceptos, ideas, proposiciones relevantes e inclusivos que puedan servir de “ancladero”, ¿qué hacer cuando éstos no existen? Precisamente ahí es donde entra, según Ausubel, la utilización de organizadores previos que sirvan de “ancladero provisional” para el nuevo aprendizaje y lleven al desarrollo de conceptos, ideas y proposiciones relevantes que faciliten el aprendizaje subsiguiente. El uso de organizadores previos es una estrategia propuesta por Ausubel para, deliberadamente, manipular la estructura cognitiva con el fin de facilitar el aprendizaje significativo.

Para Ausubel, la principal función del organizador previo es la de servir de puente entre lo que el aprendiz ya sabe y lo que él debía saber con el fin de que el nuevo material pudiera ser aprendido de forma significativa. O sea, organizadores previos son útiles para facilitar el aprendizaje en la medida en que funcionan como “puentes cognitivos”. Los organizadores previos pueden tanto suministrar “ideas ancla” relevantes para el aprendizaje significativo del nuevo material, como

establecer relaciones entre ideas, proposiciones y conceptos ya existentes en la estructura cognitiva y los contenidos en el material de aprendizaje, o sea, para explicitar la relación que existe entre los nuevos conocimientos y los que el aprendiz ya tiene pero no percibe que se pueden relacionar con los nuevos.

En el caso de material totalmente no familiar, un organizador “expositivo”, formulado en términos de lo que el aprendiz ya sabe en otras áreas de conocimiento, debe ser usado para suplir la falta de conceptos, ideas o proposiciones relevantes para el aprendizaje de ese material y servir de “punto de anclaje inicial”. En el caso del aprendizaje de material relativamente familiar, se debe de usar un organizador “comparativo” para integrar y discriminar las nuevas informaciones y conceptos, ideas o proposiciones, básicamente análogos, ya existentes en la estructura cognitiva.

Hay que destacar, sin embargo, que organizadores previos no son simples comparaciones introductorias, pues, a diferencia de éstas, los organizadores deben:

- a) Identificar el contenido relevante en la estructura cognitiva y explicar la relevancia de ese contenido para el aprendizaje del nuevo material;
- b) Dar una visión general del material en un nivel más alto de abstracción, destacando las relaciones importantes.
- c) Proveer elementos organizacionales inclusivos que tengan en cuenta, más eficientemente, y destaquen mejor el contenido específico del nuevo material, o sea, proveer un contexto *ideacional* que pueda ser usado para asimilar significativamente nuevos conocimientos.

En verdad, es muy difícil decir si un determinado material es o no un organizador previo, pues eso depende siempre de la naturaleza del material de aprendizaje, del nivel de desarrollo cognitivo del aprendiz y de su grado de familiaridad previa con la tarea de aprendizaje. Sin embargo, se presentará aquí, a título de ilustración, lo que algunos investigadores consideraron como organizadores previos en sus investigaciones.

En un estudio inicial, Ausubel (1960) trabajó con alumnos de un curso de Psicología Educacional de la Universidad de Illinois y el material de aprendizaje usado consistía en un texto que trataba de las propiedades metalúrgicas del acero-carbono. Como este material no era familiar para los alumnos, se utilizó un organizador, del tipo expositivo, que fue presentado en un nivel más alto de abstracción, generalidad e inclusividad que el propio material de aprendizaje posterior, donde se enfatizaron las principales diferencias y semejanzas entre metales y aleaciones metálicas, sus respectivas ventajas y limitaciones y las razones de fabricación y uso de aleaciones metálicas. Este material tenía la finalidad de suministrar anclaje para el texto subsiguiente y relacionarlo a la estructura cognitiva de los alumnos.

Ausubel y Fitzgerald (1961) trabajaron también con estudiantes de un curso de Psicología Educacional de la Universidad de Illinois con un texto sobre el budismo. Como los alumnos ya tenían algún conocimiento sobre el cristianismo, fue utilizado un organizador comparativo que apuntaba explícitamente las principales diferencias y semejanzas entre el budismo y el cristianismo. Esta comparación fue realizada en un nivel más alto de abstracción, generalidad e inclusividad que en el material de aprendizaje y tenía la finalidad de aumentar la diferenciación entre estos dos grupos de conceptos.

Ronca (1976) trabajó con alumnos universitarios de facultades de Matemáticas y Física utilizando un material de aprendizaje que constaba de un texto sobre cambios de comportamiento. Una vez que el contenido de este texto era casi totalmente no familiar para los alumnos, se construyeron organizadores previos expositivos con base en un asunto ya familiar para ellos: el péndulo simple. Como el material de aprendizaje analizaba el comportamiento humano en términos de las variables causa y efecto, los organizadores introdujeron estos conceptos utilizando el ejemplo del péndulo. Se trabajaron relaciones de causa y efecto, en el movimiento pendular, del tipo que acontecen con el periodo y la frecuencia variando la masa y/o la largura del péndulo.

Eggen, Kauchak y Harder (1979) propusieron un ejemplo de organizador previo que podría ser utilizado para iniciar un estudio sobre sistemas de ríos. Presentaron una situación en la que los aprendices probablemente aún no habrían tenido oportunidad de analizar la importancia de los ríos y sugirieron que, antes de iniciar este estudio, fuese introducido un organizador previo comparando los sistemas de ríos con otro importante sistema, el sistema circulatorio, supuestamente ya conocido por los aprendices.

Este trabajo es muy interesante y merece un tratamiento y análisis especial, además de esta breve reseña, porque plantea la importancia de los *organizadores previos* en el desarrollo de los textos para el mejoramiento de la enseñanza de la hidráulica.

13.8 Transposición didáctica

Esta teoría supone gran potencial en el trabajo de mejoramiento de la enseñanza de la hidráulica. Se trata primero, de reconocer que se tiene un saber “sabio” que es el conocimiento que tiene el descubridor, el inventor o el científico y que deberá sufrir una transformación o un tratamiento para convertirse en saber enseñable. En palabras de Chevillard (1998): “un contenido del saber sabio que haya sido designado como saber a enseñar sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para tomar lugar entre los objetos de enseñanza. El ‘trabajo’ que un objeto de saber a enseñar hace para transformarlo en un objeto de enseñanza se llama transposición didáctica”. Sería el trabajo de la investigación indagar sobre los conocimientos sabios que se usan para enseñar hidráulica y revisar si existe transposición didáctica y si es el caso, qué tan eficaz resulta en su cometido.

Se realizó una búsqueda bibliográfica con la intención de encontrar aplicaciones de esta teoría a la enseñanza de la hidráulica, como no se encontró, se extrajeron párrafos de los artículos que suponen un potencial interés para la investigación doctoral.

13.8.1 Alfabetización científica y tecnológica: la transposición didáctica del conocimiento tecnológico

En el trabajo se plantea alguna problemática sobre la *alfabetización tecnológica* en estudiantes y en la sociedad. En general se menciona que se tiene baja alfabetización (Cajas, 2001). Esto no parece tan importante para la investigación doctoral; sin embargo se tienen varios comentarios muy “fecundos”. Uno de los aspectos básicos para la pertinencia de la investigación doctoral, es que se pretende desarrollar material didáctico escrito (texto). Se cita a continuación el párrafo siguientes:

“Es difícil clarificar los criterios de la traslación de conocimientos científicos al discurso escolar. Aunque ciertos científicos con interés en educación han escrito libros de texto para educación primaria y secundaria, lo más seguro es que los escritores de libros de texto escolares –posiblemente sin mayor entrenamiento científico- han tenido más influencia en la traslación de conocimientos científicos que los mismos científicos. Estos escritores de libros de texto, ya sean científicos o no, han desarrollado en general una práctica sin mayores fundamentos teóricos. La mayoría de ellos no han incorporado en sus textos lo que se sabe sobre aprendizaje de las ciencias. Al hacer esto han asumido el criterio simplista de que el discurso escolar es una versión para niños del conocimiento del experto. Ahora se entiende que el conocimiento escolar es mucho más que una versión simplificada del conocimiento experto.”

La opinión vertida en el párrafo anterior, impacta muy positivamente el objetivo de la investigación: el libro de texto se puede considerar como un elemento importante en la

consecución de la enseñanza. Esto sin menospreciar que se ha tenido cierto descuido en la manera de escribir tales libros de texto, ya sea si lo escribe un científico o un no-científico. Otro importante elemento es el enfoque que debe darse a la transposición, ya que dicho concepto implica algo más que una simple traslación del conocimiento sin mayor fundamento teórico.

En el artículo se menciona que “la investigación en la didáctica de las ciencias, ha mostrado que para aprender conocimientos científicos se requieren largos periodos de tiempo donde los estudiantes deben tener acceso a trabajar directamente con fenómenos, representar y discutir sus ideas”.

Se subraya la frase “investigación en la didáctica de las ciencias” porque dicha frase pone en un escenario al parecer surgido ya hace varias décadas –al menos tres- al trabajo doctoral presente. Todos los esfuerzos *teóricos* para enseñar mejor las ciencias se han agrupado en este conjunto. Es así, que el trabajo doctoral deberá acercarse a este nicho. Sin bien la hidráulica no puede considerarse una ciencia, para su enseñanza es muy pertinente y conveniente sumergirse en este submundo de la Investigación en la Didáctica de las Ciencias.

El autor continúa indicando que “La construcción de ideas sobre la gravitación va a requerir que los estudiantes construyan nociones de euclidianas de espacio, escala, ideas sobre la forma de la tierra, elementos básicos sobre sistemas de referencia y nociones de fuerzas que actúan a distancia, además de la incorporación de fuerza y movimiento. En lugar de hacer que los estudiantes repitan que ‘la tierra es redonda’ o que memoricen nombres de planetas que nunca observarán, la instrucción debe planificarse para que los estudiantes tengan oportunidades de construir conocimiento profundo de un número limitado de ideas claves acerca de la gravedad”.

Se dice también –citando a su vez a otros autores- que “la investigación didáctica junto al trabajo desarrollado por psicólogos cognitivos interesados en la adquisición de conceptos científicos, muestran que los estudiantes no aprenden conceptos aislados sino, más bien, grupos de conceptos interconectados”. Esto es sumamente importante para la intención doctoral presente, ya que se tiene una pauta para la enseñanza de los conceptos de la Hidráulica se planteó por grupos interconectados; será menester el trabajo inherente para determinar cuáles son unos y otros.

Otro elemento interesante en el artículo es el uso de mapas conceptuales.

Así mismo, se proponen una serie de premisas necesarias para la alfabetización científica que parecen útiles a la enseñanza de la hidráulica (Cajas, 2001):

- a) Desarrollar ciencia para todos, no sólo para aquellos que van a ser científicos (democratización)
- b) Reducción de la cantidad de contenido (menos es mejor)
- c) Aumentar la coherencia de lo que se enseña (más conexiones dentro de las ciencias con las matemáticas y tecnología)
- d) Aumentar la relevancia de la ciencia, matemática y tecnológica aprendida para la vida cotidiana.

No todas las premisas parecen pertinentes ni aplicables, pero por ejemplo, la reducción de contenidos en los currículos parece interesante. O también el aumento de la coherencia entre la matemática y la hidráulica y finalmente, en cuanto a las premisas anteriores, el aumento de la relevancia de la hidráulica para la vida cotidiana.

Según el autor desde el punto de vista de la alfabetización, existen diferentes interpretaciones de lo que significa *entender*; para algunos la habilidad de hacer algunas cosas es lo esencial y para otros es el entendimiento o idea lo importante.

Conclusión: el aporte para el trabajo doctoral es el aviso sobre el riesgo que se corre si no se atiende al avance que se ha logrado en la investigación de la didáctica de las ciencias.

13.8.2 El modelo atómico de E. Rutherford. Del saber científico al conocimiento escolar

En este documento se busca determinar cuánto se acercan o se alejan las trasposiciones de los artículos originales hasta que fueron aceptadas por la comunidad de especialistas. Entre los comentarios que aparecen como importantes para el presente trabajo de investigación se encuentran los siguientes (Cuellar, 2008).

Se parte de la idea de que del “saber sabio” al “saber enseñado” existe una distancia, que refleja la diferencia entre el producto resultante del quehacer de los científicos y los conocimientos que llegan al aula. Este comentario advierte sobre el cuidado que se debe tener en la transposición, dado que la diferencia entre los “saberes” puede ser tal que el “saber enseñado” conlleve errores que confundan al estudiante, o que distorsionen el conocimiento del “saber sabio”

Por otro lado, se menciona que “en la transposición didáctica del modelo de Rutherford, se esperaría que los textos de enseñanza, de conformidad con el nivel educativo a que están dirigidos, ubicaran históricamente y epistemológicamente dicho modelo; esto es, explicitaran el contexto en el que se hizo necesario dicho modelo, a la vez que los problemas teóricos que dio lugar y que condujeron a sustituirlo”. Se encuentra importante el comentario puesto que en el trabajo de investigación se ha propuesto la consideración de la historia de la hidráulica –o de su evolución- como un elemento importante en el desarrollo de los trabajos.

En el artículo se indica que “si bien se reconoce que los textos de enseñanza han sido y seguirán siendo el material curricular de mayor utilización en la enseñanza de las ciencias naturales, los profesores realizan una segunda transposición didáctica desde la interpretación de las intencionalidades curriculares”. Este comentario refuerza la importancia que tiene el texto de enseñanza.

Los autores mencionan una primer transposición que realizan los autores de los libros al tomar contenidos de artículos originales y “transponerlos” en los libros de texto, por lo que dichos autores no consideran en su artículo aquellos libros que están hechos a partir de otros libros, dado que son “versiones de versiones” de transposición.

Para la intención del doctorado es importante considerar que se trabajará sobre libros, por lo que resulta conveniente que se contesten al menos un par de preguntas:

¿Cuánta transposición didáctica se tiene en los libros de texto de hidráulica?
¿Es suficiente dicha transposición para lograr un “saber enseñado”?

Los resultados del análisis realizado a los libros de texto de química en los que se menciona el modelo atómico indican una pobre referencia al contexto histórico y epistemológico que rodean a cada una de las interpretaciones del modelo atómico de Rutherford.

Se obtiene un buen ánimo de este artículo dado que el trabajo fue un análisis de contenidos en los libros de texto de química, de la misma forma se ha trabajado en libros de hidráulica para las intenciones doctorales presentes. En un comentario final del artículo, los autores afirman que en los libros analizados se encontró que se sigue obedeciendo al paradigma habitual de la transmisión y repetición de contenidos curriculares. Comentario bastante parecido al encontrado en la revisión de libros de texto de hidráulica.

13.8.3 Transposición didáctica del modelo científico de Lewis-Langmuir

Herrero et al (2010) presentan los resultados de una búsqueda en libros de texto de lo histórico, epistemológico y de lo didáctico en libros de texto de la transposición didáctica que se ha hecho del modelo de Lewis-Langmuir –que se refiere a un tema puramente químico como lo es la *Teoría del enlace químico por compartición de pares de electrones*- y el resultado es que en los textos no hay referencia a la historia de la construcción del modelo.

Más allá los resultados en sí del documento, para el presente trabajo doctoral se encontraron comentarios interesantes. El primero tiene que ver con la incidencia del análisis de textos en los que se buscan intenciones didácticas, tal y como se ha hecho en los libros de hidráulica, en los cuales tampoco se encuentra lo histórico, epistemológico ni lo didáctico.

En el documento, se encuentra lo que los autores llaman transposición didáctica del modelo y que, sin detalle, se trata de los diversos intentos por hacer explícito el enlace químico de pares de electrones. Dichos esfuerzos van desde el uso de puntos, flechas, cruces, rayas y figuras usados por Lewis y la ampliación por parte de Langmuir al uso de modelos cúbicos. Otros científicos usaron diagramas y un modelo iónico del átomo. Claro que no se pretende explicar aquí, desde un punto de vista químico, la transposición didáctica en cuestión, sino más bien se pretende hacer notar que dicha transposición es una serie de representaciones que intentaron hacer explícito, y por lo tanto *didáctico*, un fenómeno de la química relacionado con valencias, átomos y electrones. Este hecho deberá servir como ejemplo para la pretendida transposición didáctica en la hidráulica.

Un aporte sustantivo del artículo, es lo que los autores denominan “Metodología”; y que se refiere a la estrategia para realizar la evaluación. Dicha estrategia se aplicó a la revisión de diez libros de texto. La revisión se basó en criterios de análisis para determinar las categorías. Estas categorías y criterios fueron algunos contenidos que se encontraron en la revisión de la transposición del modelo y se buscó que dichos contenidos estuvieran presentes en los textos. Después se elaboraron cuatro niveles de evaluación relacionados con la presencia, ausencia y calidad de dicha presencia. Dichos niveles son:

- a) Información no utilizada
- b) Información mencionada
- c) Información utilizada sin profundización
- d) Información utilizada con profundización

Los resultados se presentan por medio de gráficas de columnas donde se puede visualizar, por ejemplo, que algunos contenidos de los planteamientos epistemológicos, históricos o didácticos de la transposición no se encuentran en los libros de texto; o que otros contenidos se encuentran pero sin profundidad. Sin presentar aquí mayor detalle –por el casi nulo conocimiento del tema– se puede entender que los resultados no son positivos y los autores mencionan que se tienen dos causas de dichos resultados no satisfactorios, por un lado, afirman que los profesores no tienen conocimiento profundo de tema y que, además, los libros tienen carencias respecto de la ciencia que enseñan. Resultado muy parecido a lo que se encuentra en la enseñanza de hidráulica, ya encontrados, obviamente sin la experiencia de un profesional de la investigación didáctica de las ciencias.

13.8.4 Un estudio teórico de la articulación del saber matemático en el discurso escolar: la transposición didáctica del diferencial en la física y la matemática escolar

El primer comentario sobre el trabajo es el asombro causado por el hecho de que se trata de una tesis doctoral en ciencias; característica muy parecida al esfuerzo que se tiene en el doctorado propuesto.

Se obtuvo sólo una parte de la tesis pero se encontraron opiniones muy interesantes (Pulido, 1998). Por ejemplo, se menciona la “*Transición didáctica* es un proceso que sufre el saber especializado, aceptado por la comunidad matemática o física, según sea el caso, al pasar a la enseñanza” y que “se ocupan dicho proceso hasta llegar a los libros de texto”. Comentario bastante pertinente dada la intención doctoral de trabajar con libros de texto.

Se encontró un aspecto de suma relevancia para el doctorado, aspecto que se debe tomar en cuenta al realizar la transposición de los conceptos de la hidráulica. El autor –doctorante en este caso– afirma que se pretende *matematizar* la Física en un intento de darle soporte y como, para el caso del diferencial, se falla en el intento. Se considera pertinente el comentario porque ya se ha mencionado que los libros de Hidráulica presentan *matematizaciones* de las deducciones de las ecuaciones principales de la Hidráulica y podría suceder que dicha matematización no dé soporte a la Hidráulica, ya sea porque descuida el fenómeno al que se refiere la deducción o porque no aporte a la supuesta *intención didáctica* que se pretenda al usar las matemáticas para dicha deducción. Se aclara la calidad de probabilidad a la presente afirmación ya que se debería sustentar para poder afirmarla.

Otra mención relevante es la siguiente: “las dificultades que manifiestan los estudiantes, ante ciertos tipos de problemas, tienen como fuente principal la epistemología relacionada con el diferencial. Es decir, independientemente de la situación cognitiva y didáctica. Los estudiantes revelarán dificultades ante cierta clase de problemas, atribuibles a la estructura del conocimiento en sí”. Cabe considerar este comentario, analizarlo y buscar ayuda de ser necesario para

comprenderlo a cabalidad y buscar similitudes en el tema doctoral específico de la enseñanza de la hidráulica.

En el documento se encontró un párrafo que aparece como un refuerzo o soporte a la intención doctoral de trabajar con libros de texto. Se cita textualmente dicho párrafo:

Haremos una serie de afirmaciones, en relación con la Física y el Cálculo escolar, basados fundamentalmente en un análisis de libros de texto. Al respecto, coincidimos con Cantoral, cuando, parafraseando a Khun, expresa que vivimos una especie de *didáctica normal* donde '[...] el libro de texto juega un papel protagónico, se constituye como un objeto pluridimensional, que puede juzgarse desde diferentes enfoques. Es a la vez apoyo del saber, en tanto impone una distribución y una jerarquía de los conocimientos y contribuye a forjar los andamios intelectuales tanto para alumnos como para profesores; e instrumento de poder, dado que contribuye a la uniformación lingüística de la disciplina, a la nivelación cultural y a la propagación de las ideas dominantes'. (Cantoral, 1994)".

Opinión con la que se coincide plena y convenientemente. Otro importante elemento de análisis se encuentra donde se dice "ciertos objetos matemáticos se exponen y usan de forma distinta en los libros de matemáticas y de física, el diferencial es un objeto matemático al que le ocurre esto". El análisis de tal comentario, deberá orientarse hacia la búsqueda de la posible existencia de *distintas formas* del tratamiento de los objetos matemáticos usados en los libros de hidráulica.

Otro comentario posterior enfatiza lo ya mencionado: "el diferencial no es un objeto de enseñanza oficial sino una herramienta y que los procedimientos que conducen a las ecuaciones diferenciales se presentan como recetas". Parece un poco audaz, pero se podría buscar algo parecido en la enseñanza de la hidráulica.

14 ANEXO B. Cuestionario de conocimientos previos e hidráulica

1 ¿A qué se refiere el Principio de Pascal?

- a) A la magnitud del empuje que reciben los cuerpos sumergidos
- b) A la magnitud del empuje ascensional que reciben los cuerpos sumergidos
- c) A la magnitud de los empujes laterales que reciben los cuerpos sumergidos
- d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

2 ¿Qué es la masa?

- a) Cantidad de materia que tiene un cuerpo
- b) Peso de los cuerpos
- c) La combinación del peso y la cantidad de materia de los cuerpos
- d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

3 ¿Qué es la fuerza de gravedad?

- a) Interacción que atrae a todos los objetos entre sí
- b) Interacción de la tierra y los objetos en su superficie
- c) Fuerza con que atrae la tierra los cuerpos sobre su superficie
- d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

4 ¿Qué es la presión en el agua?

- a) Relación funcional entre las fuerzas existentes en el interior y una superficie sobre la que se desea conocer el efecto de dichas fuerzas.
- b) Fuerza de gravedad sobre el área
- c) Fuerza del agua sobre las paredes y el fondo
- d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

5 ¿Cuál área se toma en el interior del agua para calcular la presión?

- a) El área de las paredes
- b) El área del fondo
- c) Cualquiera
- d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

6 ¿Cuál es el efecto de la fuerza electromagnética en las moléculas?

- a) Transmisión de señales
- b) Generan la fuerza de gravedad
- c) Formación de las moléculas y atracción entre ellas
- d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

7 ¿Qué es el puente de hidrógeno en las moléculas de agua?

- a) Unión de los hidrógenos de las moléculas de agua
- b) Unión de los hidrógenos de una molécula con el oxígeno de otra
- c) Unión de las moléculas del agua
- d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

- 8 ¿Por qué es menos denso el hielo que el agua líquida?
- Porque el puente de hidrógeno se forma y establece
 - Porque el puente de hidrógeno se establece y estira
 - Porque el puente de hidrógeno se forma y estira
 - No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 9 ¿Por qué la presión en el agua varía solamente con la coordenada vertical Z?
- Porque es paralela a la fuerza de gravedad
 - Porque coincide con la dirección de la fuerza de gravedad
 - Porque la presión aumenta con la profundidad
 - No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 10 ¿Por qué si la presión es una fuerza sobre un área, en la ecuación fundamental de la hidrostática no aparece el área?
- Porque es una variable que no se considera
 - Porque es una variable implícita
 - Porque es una variable calculada previamente
 - No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 11 ¿Qué es la viscosidad?
- Es la cohesión de las moléculas de agua
 - Es la adherencia de las moléculas de agua
 - Es la resistencia a fluir de las moléculas del agua
 - No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 12 ¿De qué principio se deriva la ecuación de continuidad?
- Del principio de Pascal
 - Del principio del gasto o caudal
 - Del principio de conservación
 - No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 13 ¿En física qué es el trabajo?
- El esfuerzo que se realiza para mover un objeto
 - La fuerza que se aplica a un cuerpo cuando se desplaza una distancia
 - La fuerza que se aplica a un cuerpo cuando se mueve durante un tiempo
 - No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 14 ¿En general qué es la energía?
- La capacidad que tienen los sistemas de producir transformaciones
 - La capacidad que tienen los sistemas de producir un trabajo
 - La capacidad que tienen los sistemas de generar un esfuerzo
 - No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

- 15 ¿En mecánica qué es la energía?
- a) La capacidad que tienen los sistemas de producir transformaciones
 - b) La capacidad que tienen los sistemas de producir un trabajo
 - c) La capacidad que tienen los sistemas de generar un esfuerzo
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 16 ¿En la segunda ley de Newton cómo es la fuerza respecto de la masa?
- a) Inversamente proporcional
 - b) Directamente equilibrada
 - c) Directamente proporcional
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 17 ¿Qué es el peso de los objetos?
- a) Es la fuerza con que son atraídos por la gravedad
 - b) Es la fuerza con que caen a la tierra
 - c) Es la masa de los cuerpos
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 18 ¿Qué es la energía potencial de un sistema?
- a) Capacidad que tienen los sistemas de realizar un trabajo aplicando una fuerza
 - b) Capacidad que tienen los sistemas para realizar un trabajo
 - c) Capacidad que tiene el sistema de realizar un trabajo en virtud de su posición o configuración
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 19 ¿Qué es la energía potencial gravitatoria?
- a) Energía que tiene un cuerpo en cuando es atraído por la gravedad
 - b) Energía que tiene un cuerpo cuando está elevado respecto de un nivel de referencia
 - c) Energía que tiene un cuerpo para realizar un trabajo en un campo gravitacional
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 20 ¿Cómo se calcula la energía potencial gravitacional?
- a) Multiplicando la fuerza de gravedad por la altura a la que está un cuerpo
 - b) Multiplicando el peso del cuerpo por la altura a la que está elevado
 - c) Multiplicando la gravedad por la distancia que avanza el cuerpo
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 21 ¿Qué es la energía cinética o de velocidad?
- a) Capacidad que tienen los objetos de realizar un trabajo en virtud de estar en movimiento
 - b) Capacidad de los cuerpos para avanzar a una cierta velocidad
 - c) Capacidad que tienen los cuerpos para lograr cambios de velocidad
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

22 ¿Cómo se calcula la energía cinética?

- a) Calculando el trabajo realizado para llevar un cuerpo desde el reposo hasta una cierta velocidad.
- b) Multiplicando la masa por la velocidad del cuerpo
- c) Calculando el trabajo del cuerpo en movimiento
- d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

23 ¿Qué es la energía de presión?

- a) Es la energía del agua cuando está presurizada
- b) Es la energía que se aplica por la fuerza de presión
- c) Es la fuerza que ejerce la presión y provoca el movimiento del agua
- d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

24 ¿Qué es la cantidad de movimiento?

- a) Es la combinación de la masa de un cuerpo que se mueve, con la velocidad a la que avanza
- b) Es la combinación de la velocidad de un cuerpo por su peso
- c) Es la cantidad de masa de un cuerpo cuando se mueve
- d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

25 ¿Cómo se calcula la cantidad de movimiento?

- a) Multiplicando la masa por la velocidad
- b) Multiplicando la masa por la aceleración
- c) Multiplicando el peso por la velocidad
- d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

26 ¿En física qué es el impulso?

- a) Es el esfuerzo realizado para lograr un trabajo
- b) Es la fuerza necesaria para lanzar un objeto
- c) Es la fuerza que se aplica a un cuerpo durante un tiempo
- d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

27 ¿Cómo se calcula el impulso?

- a) Se multiplica la fuerza por la cantidad de movimiento
- b) Se multiplica la fuerza por la distancia
- c) Se multiplica la fuerza por el tiempo
- d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

28 ¿Qué relación tiene el impulso con la cantidad de movimiento?

- a) Mientras más impulso, más cantidad de movimiento
- b) El impulso es igual al cambio de la cantidad de movimiento
- c) El impulso es proporcional al cambio de movimiento
- d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

- 29 ¿Cuándo se manifiesta la cantidad de movimiento?
- a) Siempre
 - b) Durante las colisiones
 - c) Al final del movimiento
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 30 ¿En los líquidos cómo se manifiesta el cambio de cantidad de movimiento?
- a) Por la variación de la masa
 - b) Por la variación de la velocidad
 - c) Por la variación de la masa y la velocidad
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 31 ¿Ante un cambio de cantidad de movimiento en los líquidos cómo se calcula la fuerza?
- a) Es la multiplicación de la densidad, por el gasto y por la velocidad
 - b) Es la multiplicación de la densidad, por el gasto y por el cambio de velocidad
 - c) Es la multiplicación de la densidad por el gasto
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 32 ¿Cómo supo Arquímedes si la corona de Hierón estaba adulterada?
- a) Midiendo el volumen que desplazaba la corona al meterla en el agua
 - b) Usando una balanza
 - c) No se sabe
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 33 ¿Qué ciencia nació con los trabajos de Arquímedes?
- a) La hidrodinámica
 - b) La hidrostática
 - c) La hidráulica
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 34 ¿Por qué Herón de Alejandría dijo que no había presión en el interior del agua?
- a) Porque una persona no siente presión si está dentro
 - b) Porque las plantas acuáticas no se veían apretadas
 - c) Porque las arenas del fondo se pueden mover
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 35 ¿Por qué decía Leonardo Da Vinci que no había presión en el interior del agua?
- a) Porque las plantas acuáticas no se veían apretadas
 - b) Porque una persona no siente presión si está dentro
 - c) Porque el agua se mueve como si no hubiese presión
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 36 ¿Qué idioma utilizó Simon Stevin en su libro llamado “Elementos de Hidrostática”?
- a) Holandés
 - b) Flamenco
 - c) Latín
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

- 37 ¿Qué invento se atribuyó Blas Pascal sin ser realmente el inventor?
- a) La sumadora
 - b) La prensa hidráulica
 - c) El barómetro
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 38 ¿Cómo se medía el agua en la antigua Roma?
- a) Por pulgadas
 - b) Por onzas
 - c) Por litros
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 39 ¿Qué concluyó Fontana cuando supo que toda el agua de una inundación pasó por debajo de un puente mientras que antes del puente se había desbordado?
- a) Que el agua se comprimió
 - b) Que el agua aumentó su velocidad
 - c) Que el agua era menos que la que parecía
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 40 ¿A quién se le atribuye la fórmula para calcular el gasto o caudal?
- a) A Leonardo Da Vinci
 - b) A Galileo Galilei
 - c) A Benedetto Castelli
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 41 ¿Qué dijo Torricelli sobre la velocidad del agua a la salida de un orificio en el fondo de un tanque y sobre la velocidad de un chorro cayendo libremente?
- a) Que las velocidades son iguales
 - b) Que las velocidades son proporcionales
 - c) Que las velocidades son diferentes
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 42 ¿Por qué Newton inventó la catarata y el bloque de hielo en un recipiente?
- a) Porque trabajaba en tiempos de mucho frío cuando Torricelli hizo su propuesta
 - b) Porque pensaba que el agua escurría como una catarata como lo dijo Torricelli
 - c) Porque trató de corroborar la fórmula de Torricelli pero no puso atención
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 43 ¿Quién propuso la forma actual de la ecuación de Bernoulli?
- a) Johann Bernoulli
 - b) Daniel Bernoulli
 - c) Ambos
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

- 44 ¿Quién es el padre de la Hidrodinámica?
- a) Daniel Bernoulli
 - b) Johann Bernoulli
 - c) Ambos
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 45 ¿Quién comenzó el inicio del estudio del movimiento
- a) Aristóteles
 - b) Hiparco de Rodas
 - c) René Descartes
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 46 ¿En la edad media qué se consideraba como el origen del movimiento de los objetos?
- a) La fuerza
 - b) La gravedad
 - c) Dios
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 47 ¿Cuál fue el mayor aporte de René Descartes al concepto de cantidad de movimiento?
- a) El balance universal y permanencia de la cantidad de movimiento
 - b) El balance universal del movimiento de los cuerpos
 - c) El balance universal y permanencia del movimiento de los cuerpos
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea
- 48 ¿A quién se le atribuye el concepto actual de la cantidad de movimiento?
- a) A René Descartes
 - b) A Aristóteles
 - c) A Isaac Newton
 - d) No sé, no lo recuerdo o no tengo idea

16 ANEXO C. Material didáctico: Cuaderno del profesor y cuaderno del alumno

El material didáctico, resultado integral de investigación, se manejó en dos cuadernos de trabajo; uno para el profesor y uno para el alumno. El cuaderno del alumno contiene exactamente el mismo material de los capítulos 9, 10 y 11 de la tesis doctoral; el cuaderno del profesor contiene igualmente el mismo material, pero se adicionaron cuadros de texto.

A continuación se presentan algunas partes del cuaderno del profesor: la portada, el primer capítulo y las partes del texto donde se incluyen los cuadros de texto. Se incluye el mensaje “Texto eliminado” en los sitios donde precisamente, se eliminó el texto. Si se requiere leer los párrafos adyacentes, éstos se encuentran en los capítulos mencionados.

El cuaderno del alumno no se presenta ya que sería una repetición de los capítulos ya mencionados. La intención subyacente es la de evitar el aumento innecesario de hojas en la tesis.

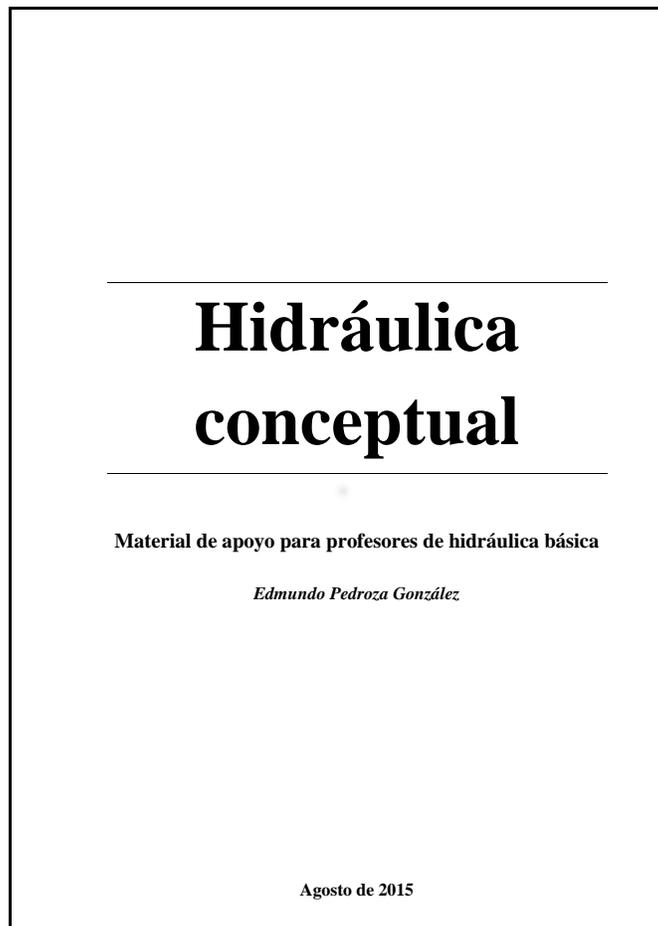


Figura 16-1. Portada del cuaderno del maestro

16.1.1 Presentación y recomendaciones del cuaderno del profesor

Con el material aquí presentado se pretende influir para una mejor comprensión de los conceptos relacionados con las ecuaciones básicas de la hidráulica. No se trata del planteamiento, ni de la solución de problemas, dado que sólo se cubre una parte del curso de hidráulica básica.

Se advierte que este material para el profesor tiene una contraparte para el alumno. Se trata de prácticamente los mismos textos, pero sin explicaciones ni cuadros de textos. Así que el profesor debe tener su cuaderno y todos los alumnos un cuaderno especial para ellos.

Se recurre a tres estrategias didácticas:

- a) La historia de la hidráulica, que por medio del conocimiento de anécdotas de carácter lúdico, y de la evolución técnica de los conceptos, propicia un apego que puede apoyar la comprensión de los conceptos.
- b) Aprendizaje significativo, que en palabras simples y sin pretender una definición completa, se trata de que el alumno aprenda con base a lo que ya sabe, y lo que ya sabe deben ser los conceptos adquiridos en la preparatoria y secundaria sobre física, química y matemáticas.
- c) La transposición didáctica, que significa la simplificación de las deducciones de las ecuaciones o bien, la no inclusión de conceptos que no han sido vistos por los alumnos o si se incluyen, hacerlo con una explicación sobre ellos.

El aprendizaje significativo se aplica en una propuesta original basada en el concepto de “estructura de conocimiento”. Esta estructura se construye como un simulacro de un muro de piedras o bloques, donde en la parte superior se tiene el nuevo concepto o conocimiento a adquirir, pero para comprenderlo bien, se requiere la adecuada comprensión de conceptos subyacentes a los que se les llama “conceptos previos” (Moreira, 2008).

Los comentarios para el profesor aparecerán en un cuadro de texto igual a éste. Estos cuadros no aparecen en el material de los alumnos.

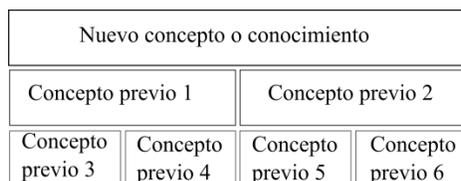


Figura 16-2. Estructura de conocimiento, explicación.

Otra importante acción e intención didáctica es que el profesor fomente que los alumnos sean quienes determinen y descubran lo que tienen que aprender. Ello se puede lograr evitando que el profesor explique los conceptos en un monólogo unilateral. En lugar de ello, se debe propiciar que los alumnos, motivados por preguntas adecuadas del profesor, contesten y así generen su propio conocimiento. Se puede pedir a los alumnos que busquen información usando sus dispositivos móviles y que con base en dicha información, elaboren ellos mismos sus conceptos y definiciones.

Se recomienda al profesor indique a los alumnos leer antes de clases para tener un acercamiento previo a los contenidos. Pero básicamente, el material es para su uso en clase.

En las partes históricas se recomienda realizar lo siguiente:

- a) Leer los textos por parte de los alumnos, ya sea que uno lea en voz alta y los demás sigan en silencio la lectura o bien, que todos lean en silencio.
- b) Si se opta por que todos lean en silencio se da un tiempo razonable y al final se realizan preguntas y observaciones por parte del profesor.
- c) Si se decide que un alumno lea, eventualmente se le interrumpe para preguntar o enfatizar. En este y en el caso anterior, se debe atender a los cuadros de textos destinados al profesor.

En cualquier parte del material, el profesor puede recurrir a que los alumnos lean, a leer el mismo o a que todos lean en silencio. Sobre todo, esto se recomienda, como ya se indicó en las partes que se refieren a la historia; pero también se puede hacer esto en las partes de explicaciones técnicas.

Las partes de deducciones las puede repetir el profesor en el pizarrón, puede pasar a alumnos a realizar las deducciones, con apoyo del mismo profesor o de los alumnos o puede simplemente leer las deducciones.

La intención didáctica del profesor siempre debe relacionarse con la teoría constructivista donde el alumno es quien genera su propio conocimiento y el profesor solamente actúa como orientador y facilitador de dicho proceso cognitivo. Esto se logra haciendo preguntas a los alumnos y motivándolos a la reflexión.

En el cuaderno del profesor se proponen preguntas y observaciones, pero son recomendaciones no limitativas, el profesor puede formular más preguntas o comentarios que los propuestos. Por supuesto que el profesor debe manejar adecuadamente los contenidos.

Una técnica muy conveniente es invitar a los alumnos a definir conceptos pensando que están tratando de explicarlas a niños pequeños, a alumnos de secundaria o preparatoria o a personas ajenas a la ingeniería.

El principio de Pascal: historia del concepto o historia de la presión

Arquímedes y la corona de Hierón II

En el libro del doctor Levi⁴ se puede leer lo siguiente:

En el siglo III a.C, gobernaba Siracusa el tirano Hierón II. Ordenó la fabricación de una nueva corona con forma de corona triunfal, y le pidió a Arquímedes (287 a.C. a 212 a.C) determinar si la corona estaba hecha sólo de oro o si, por el contrario, un orfebre deshonesto le había agregado plata en su realización. Arquímedes tenía que resolver el problema sin dañar la corona, así que no podía fundirla y convertirla en un cuerpo regular para calcular su masa y volumen, y a partir de ahí, su densidad ...

Pregunta: ¿Cómo se puede saber si un joyero nos engaña diciendo que una pieza es de oro? (Tal vez sea una aleación de oro y otros metales más baratos).

El profesor debe enfatizar los años de nacimiento y muerte de los protagonistas, para ubicar la historia en el tiempo

[Texto eliminado]

En lugar de esto, Arquímedes podría haber buscado una solución en la que aplicaba el principio de la hidrostática. Este principio plantea que todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje de abajo hacia arriba igual al peso del fluido desalojado. Usando este principio, habría sido posible comparar la densidad de la corona dorada con la de oro puro al usar una balanza. Si se tiene dos objetos del mismo peso, pero diferente densidad

La densidad de un objeto es la masa de éste dividido entre su volumen. Un objeto menos denso que otro debe ser más grande para que pese lo mismo.

[Texto eliminado]

Herón de Alejandría y el agua que no pesaba

[Texto eliminado]

En la introducción, donde menciona los principios utilizados en sus mecanismos, Herón se refiere a la presión hidrostática. ¿Existe o no tal presión? ¿Por qué será, se pregunta, que los nadadores que bucean muy hondo, soportando en sus espaldas un peso enorme de agua, no resultan aplastados? Este razonamiento llevaría a concluir que no hay presión hidrostática en el seno de un fluido; pero si el objeto sobre el cual éste se apoya es el fondo o la pared de un depósito, dicha presión sí se nota.

Se nota que Herón no se había sumergido en el agua a una profundidad importante.

Leonardo Da Vinci y la ausencia de presión en el agua

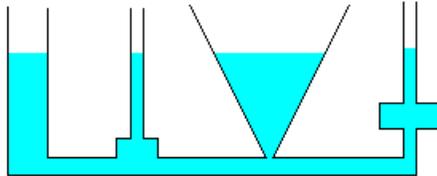
Leonardo Da Vinci, trabaja sobre la presión en el agua, es decir sobre Hidrostática. Leonardo decía que el agua no pesaba sobre su fondo, y lo demostraba, según él, al observar que las hierbas

delgadas sobre el fondo ondean sin presentar ningún efecto de presión sobre ellas, o también mencionando el lodo fino que casi comparte la ligereza del agua.

[Texto eliminado]

Stevin, la paradoja hidrostática y el lenguaje flamenco

[Texto eliminado]



¿A alguien le parece que esto sea una paradoja? ¿Qué quiere decir “paradoja”? El profesor debe comprender a que se refiere dicha paradoja.

Paradoja hidrostática: la presión en el fondo de las figuras es la misma sin importar el peso de agua encima.

Blas Pascal y el Principio de Pascal

Primero, se debe mencionar que cuando castigaron a Galileo Galilei (1564-1642) por afirmar que la tierra no era el centro del universo, llegó su casa un personaje llamado Evangelista Torricelli (1608-1647) para cuidarlo, porque además de la reclusión, Galileo ya estaba ciego. Torricelli revisó y ordenó la correspondencia de Galileo y entre ellas leyó algunas experiencias relacionadas con el vacío y con la presión hidrostática. El tema del vacío le salió a tema porque a Galileo le consultaron cómo hacer funcionar un sifón gigante que no funcionaba, y el tema de la presión se menciona por una crítica a Herón de Alejandría que opinó que los cuerpos sumergidos en el agua no estaban sometidos a la presión. Asunto mencionado anteriormente.

¿Cuántos años vivió Galileo?
¿Cuántos Torricelli?

¿Qué es un sifón?

[Texto eliminado]

Después de una intrincada serie de eventos, totalmente circunstanciales, llegó a las manos de Blas Pascal la noticia de dichos experimentos sobre el vacío y sobre la presión hidrostática. Ambos experimentos fueron muy bien aprovechados por Pascal: se atribuyó para sí, el invento del barómetro (en realidad lo hizo Torricelli) y aclaró la confusión sobre el efecto de la presión en cuerpos sumergidos la presión en el interior del agua.

¿Cuántos años tenía Pascal cuando murió Galileo? ¿Qué es un barómetro?

[Texto eliminado]

A continuación se transcribe lo que dice el Dr. Levi en su libro:

“El agua empuja hacia arriba a los cuerpos que toca por debajo, hacia abajo a los que toca por arriba y hacia un lado a los que toca del lado opuesto; de donde se concluye fácilmente que, cuando un cuerpo está

¿Sucederá lo mismo a un cuerpo que flota en el aire?

todo sumergido, como el agua lo toca por debajo, por arriba y por todos los lados, ella se esfuerza para empujarlo hacia arriba, hacia abajo y hacia todos lados. Pero como su altura es la medida de la fuerza que ella posee en todas estas impulsiones, es muy fácil ver cuál tiene que prevalecer. Porque primero se nota que, teniendo el agua los mismos niveles sobre las caras laterales, las empuja por igual, y por tanto el cuerpo no recibe impulsos hacia ningún lado, como una veleta entre dos vientos iguales. Pero como el agua tiene más altura sobre la cara inferior que sobre la superior, claro está que lo empujará más hacia arriba que hacia abajo; y como la diferencia entre dichas alturas de agua es el alto del cuerpo mismo, es fácil entender que ella lo empuja hacia arriba con una fuerza igual al peso de un volumen de agua equivalente.

[Texto eliminado]

La estructura de conocimiento del principio de Pascal

[Texto eliminado]

*Nota: La expresión original del Principio de Pascal, menciona que la presión es igual en todos los *puntos* de un mismo plano horizontal. Sin embargo, conceptualmente es un error, ya que la presión se calcula como una fuerza entre un área; y un punto no tiene dimensiones, solo ubicación. Se propone sustituir la palabra “puntos” por “sitios”, como se aprecia en la estructura.

También se hace la aclaración, muy pertinente, que esta estructura es una propuesta. En clase, el profesor puede encargar a los alumnos que construyan su propia estructura de conocimiento o bien, el profesor mismo puede intentar la construcción de una estructura en el pizarrón con ayuda de los alumnos.

[Texto eliminado]

Fuerza de gravedad

Es conveniente definir primeramente el concepto “fuerza” sin decir si es de gravedad o no, así puede decirse que una *fuerza* en general, es la manifestación de la interacción entre los cuerpos, dicha manifestación es o bien, una deformación de uno de los cuerpos o de los dos, o bien la modificación del estado de reposo o movimiento de uno de ellos.

La gravedad es la interacción que atrae a todos los objetos entre sí. Dicha atracción está directamente relacionada con la masa. Mucha masa tiene mucha atracción, poca masa, tiene poca atracción. Nuestro planeta atrae a todos los cuerpos que están en su superficie, pero estrictamente hablando, los cuerpos sobre la superficie de la tierra

Se presentan sólo algunos conceptos previos; si se tiene el tiempo, el profesor puede trabajar con otros o todos los conceptos previos. Se recomienda al profesor motive a los alumnos a buscar una definición propia de cada concepto, incluso los puede invitar a utilizar los teléfonos celulares para buscar en internet y decidir si las definiciones aquí mostradas son correctas o si pudieran definirse más claramente.

Cuando se habla de *gravedad* se hace referencia, normalmente, a la aceleración producida por la fuerza de gravedad (9.81 m/s^2), no a la fuerza de gravedad, propiamente dicha.

También se aclara que el concepto de *gravedad*, aquí manejado es el de Newton, evitándose la teoría de la relatividad de Einstein donde la gravedad es la deformación de la curvatura espacio-tiempo, que no es intuitiva.

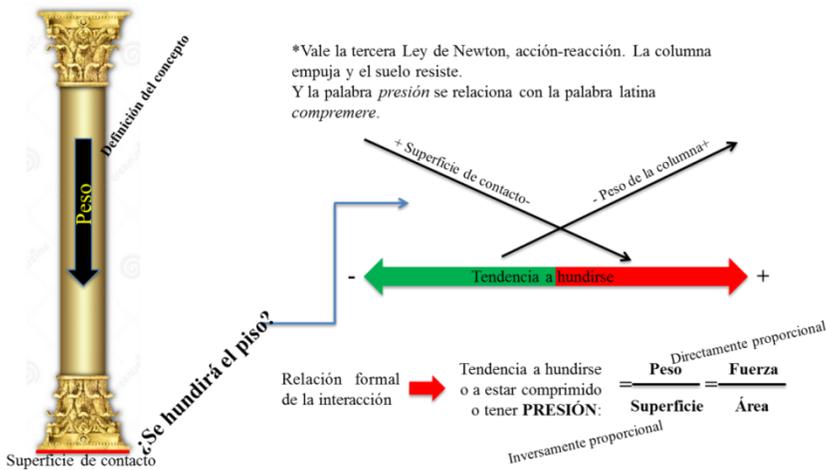
también atraen al planeta y a los otros cuerpos que también están sobre la superficie, pero al ser su masa despreciable respecto de la masa de la tierra, ante nuestra percepción solamente la tierra atrae a los objetos.

Área

Área es el nombre que se le ha dado a una medida que considera el tamaño de la extensión de una superficie.

El concepto más intuitivo se tiene si se considera una superficie plana, a diferencia de una superficie curva; y para nuestro caso sólo se considerará plana; y aún más intuitivo es considerar a las superficies como “cuadritos” además de planos. El profesor puede elegir ejemplos de pisos de una recámara, el piso del salón de clase, etc.

[Texto eliminado]



El profesor debe comprender bien esta figura y explicarla a los alumnos para que ellos tengan una concepción significativa de la presión.

¿Qué es la presión? Origen del concepto y desarrollo de la fórmula

[Texto eliminado]

Molécula de agua

El agua es una de las sustancias más peculiares conocidas. Es una molécula pequeña y sencilla, pero tras su aparente simplicidad presenta una complejidad sorprendente que la hace especialmente útil para la vida. Toda la materia del universo está constituida por átomos y éstos se unen para formar elementos. Para este caso, el agua es un elemento formado por una molécula de un átomo de oxígeno y dos átomos de hidrógeno. Es suficiente imaginar al agua formada por moléculas como tres esferas, una grande de oxígeno y dos más pequeñas de hidrógeno.

Un alumno de recién ingreso a ingeniería deberá tener claro el concepto de molécula porque es un concepto clave para comprender el comportamiento del agua en estado líquido.

[Texto eliminado]

Fuerza electromagnética

Se reconocen cuatro interacciones fundamentales en el universo: la fuerza de gravedad, la fuerza electromagnética y las fuerzas nucleares fuerte y débil. Para la hidráulica son importantes la gravedad y la fuerza electromagnética. Ya se ha hablado de la gravedad, y para fines de la hidráulica, la fuerza electromagnética es la responsable de la formación de las moléculas y de su interacción con otras moléculas del mismo elemento.

Se podría profundizar sobre este tema, el profesor puede motivar o sugerir a los alumnos investiguen más sobre las 4 interacciones fundamentales del universo y sobre la gravedad y la fuerza electromagnética.

Puente de Hidrógeno

Ya se ha dicho que la molécula de agua tiene dos hidrógenos y un oxígeno. Los átomos de hidrógeno son atraídos por el átomo de oxígeno (puede decirse que el átomo de oxígeno es más fuerte que el de hidrógeno) por eso mismo, los hidrógenos son atraídos por los oxígenos de otras moléculas de agua. A esta unión de los hidrógenos de una molécula de agua con los oxígenos de otra se le llama “puente de hidrógeno”.

Al alumno se le debe enfatizar que este puente de hidrógeno es muy importante dado que es la clave del comportamiento del agua.

[Texto eliminado]

Y el agua en estado líquido está en “medio”, se puede decir que ni está pegada ni despegada. Los puentes de hidrogeno se establecen solo de manera transitoria y su duración es de apenas unos *picosegundos*⁵. Esto es la clave de su comportamiento; bajo esta circunstancia es que una masa de agua escurre sobre otra, generándose alguna interacción, sin unirse y sin soportar esfuerzos tangenciales. Por la misma razón las moléculas de agua se empujan unas a otras transmitiendo las fuerzas externas, como la gravedad por ejemplo, en todos los sentidos, y por la misma razón el agua es prácticamente incompresible.

Es conveniente que el alumno imagine esta unión efímera de las moléculas de agua para que, a su vez, suponga el comportamiento de las masas de agua, en función de dicha unión.

Explicación del Principio de Pascal

Primeramente se harán tres aclaraciones al profesor:

- 1) El principio se aplica únicamente al interés de la Ingeniería Hidráulica (agua en estado líquido)
- 2) El principio de Pascal tiene tres aspectos: (a) La presión varía solamente con la coordenada vertical Z; (b) La presión es constante en cualquier plano horizontal y (c) las fuerzas en el interior del agua se transmiten en todas direcciones.
- 3) La explicación del principio se presenta contestando a los “porqués” de las tres aseveraciones anteriores.

⁵ El *picosegundo* es la unidad de tiempo que equivale a la billonésima parte de un segundo, y se abrevia *ps*. 1 *ps* = 1 × 10⁻¹² s

¿Por qué la presión en el agua varía solamente con la coordenada vertical Z?

Para contestar esta pregunta conviene hacer una analogía, constrúyase una pila de 10 cubos de cualquier material sólido relativamente pesado, por ejemplo cubos de concreto de 30 cm de lado. Resulta intuitivo considerar que el cubo superior soporta únicamente su peso y el cubo inferior soporta el total del peso de los 10 cubos. La variación del peso en cada bloque aumenta de arriba hacia abajo según el número bloques que se tengan encima.

Invítese al alumno a, efectivamente, imaginar los cubos de concreto.

[Texto eliminado]

Se advierte al profesor que en la generalidad de los libros de hidráulica se presenta la deducción de la ecuación fundamental de la hidrostática a partir del análisis de fuerzas en un volumen de control infinitesimal de agua o líquido en general, se llega a las ecuaciones estáticas de Euler y al considerar a la gravedad como única fuerza de cuerpo se llega a la conocida Ley de Pascal, y de ésta, se deduce finalmente la mencionada ecuación fundamental de la hidrostática.

En este caso, se hará una propuesta muy diferente, sustantivamente más sencilla, clara y rápida, por medio de la cual se llega a la misma ecuación. Esta propuesta se puede encontrar en el libro de hidráulica básica de Melvin Kay (Kay, 2007).

[Texto eliminado]

Historia de la ecuación de continuidad Leonardo Da Vinci y la repartición del agua.



Leonardo Da Vinci

¿Qué saben los alumnos de Leonardo Da Vinci?

En Roma, ciudad de las fuentes, se acostumbraba medir las aguas con orificios cuadrados, circulares y rectangulares, con dimensiones basadas en “onzas”, que son un doceavo de pie. De esta manera, una “onza” de agua era la cantidad de agua que debiera escurrir por un orificio circular de una onza de diámetro o por un orificio cuadrado de una onza de lado, o bien, el escurrimiento por un

Enfatizar que durante mucho tiempo, los escritos de Leonardo no se tomaron en cuenta. Ello se debió a tres circunstancias fundamentales: (a) escribía de derecha a izquierda, porque era zurdo, así que para leer sus textos se tenía que usar un espejo; por otro lado (b) era muy desordenado, empezaba un texto y lo interrumpía para empezar otro o escribía otros temas en las mismas hojas pero a los lados y (c) era difícil conseguir papel para escribir, así que Leonardo usaba todo lo que conseguía y sobre lo que se podía escribir; sus “libros” quedaba por ello como un montón de pergaminos con papeles y cartones de muchos tamaños y colores.

orificio rectangular de una onza de base y una onza de altura de agua. Leonardo Da Vinci, enfrentando como ingeniero ducal el problema de repartir correctamente el agua de riego, entiende lo inadecuado de medir el agua por *onzas* sin tomar en cuenta la profundidad del agua antes de la descarga. Según el libro “El agua según la ciencia” (Levi, 1985) este comentario se hizo muy probablemente entre 1520 y 1530.

[Texto eliminado]

Giovanni Fontana y el agua que se comprimió.

En el año de 1598 Roma sufrió una grave inundación provocada por el desbordamiento del río Tíber, de hecho la peor de que se tiene memoria. El arquitecto Giovanni Fontana (1546-1614) intentó medir el escurrimiento total observando las huellas dejadas por la avenida, pero no podía hacerlo en el mismo cauce porque había sido insuficiente. Decidió entonces calcular el gasto sumando los aportes en el tramo superior y en todos los afluentes. Midió las áreas de las secciones mojadas de esos ríos y riachuelos, localizando en cada cauce las huellas de aguas máximas en hierbas dobladas, sedimento depositado o erosiones. El resultado fue que escurrieron 500 *cañas*⁶. El río tenía una capacidad de aproximadamente un tercio de la cantidad total escurrida, por lo que Fontana infirió que debían construirse dos cauces más de similar tamaño. Sin embargo, toda el agua cupo en el puente “Quatro Cappi”, también llamado Fabricio, de unas 150 *cañas de sección*... Fontana concluyó que el agua ¡se había comprimido!

¿Cómo harían los alumnos para saber cuánta agua escurrió por un río que se ha desbordado? Considerando las circunstancias de ese tiempo, sin aparatos ni una teoría correcta de la medición de agua

¿Qué se puede opinar de la compresión del agua? ¿Cómo es que Fontana concluyó eso?

[Texto eliminado]

La solución surgió de un fenómeno sin relación aparente con la hidráulica. Castelli observó el trabajo de los joyeros, quienes con asombroso ingenio adelgazaban el hilo de oro y plata. El proceso era el siguiente: primeramente colocaban hilo grueso en un carrete, después lo hacían pasar por un orificio de menor diámetro en una placa metálica y finalmente lo enrollaban en un segundo carrete, que al jalar el hilo lo adelgazaba, al forzarlo a pasar por el orificio. Naturalmente el segundo carrete debía girar más rápido que el primero. “Lo que hay que considerar atentamente –dijo- es que las partes del hilo antes del agujero tienen cierto grosor y las que salen del agujero son más finas, pero de todos modos el volumen y el peso del hilo que se desenrolla siempre son iguales al volumen y al peso del hilo que se enrolla”.

Haciendo una analogía con elementos modernos, se puede pensar en una caseta de pago en una carretera de cuota en la que se tengan, por ejemplo, 6 módulos de cobro. Si se tiene una cierta circulación de vehículos por minuto y dejan de funcionar tres módulos, pero se quiere mantener la misma circulación anterior, entonces los vehículos deberán pasar por la caseta al doble de velocidad.

Caso que obviamente no pasará, inevitablemente se formarán interminables filas.

⁶ Una *caña* podría ser una medida longitudinal de unos 2 m, por lo que parece más adecuado decir que escurrieron 500 cañas cuadradas.

[Texto eliminado]

La estructura de conocimiento de la ecuación de continuidad

De la misma manera como se procedió con el principio de Pascal, se presenta la estructura de conocimiento de la ecuación de continuidad.

Se reitera al profesor la intención de la estructura. Se trata de considerar lo que el alumno ya debiera saber desde cursos pasados de secundaria y preparatoria, sobre los conceptos que se ocupan para entender la ecuación de continuidad y gasto. Al respecto también se hace la aclaración al profesor de que la ecuación de continuidad, de acuerdo con la mayoría de los libros del tema, es $A_1V_1=A_2V_2$; y la ecuación de gasto (o caudal) es $Q=AV$.

[Texto eliminado]

Principio de conservación de la materia

También se puede decir “conservación de la masa”. En Mecánica del medio continuo, se acepta la hipótesis de que ante cualquier transformación, la materia siempre se conserva: ni se pierde, ni se crea.

Esto puede parecer hasta obvio, pero para cuestiones técnicas se debe tener muy en cuenta y el alumno debe tener bien claro esto: –y parece que no tendrá mayor problema en entenderlo significativamente- el agua que pasa por un tubo, canal o cualquier conducción no se hará más o menos siempre y cuando no tenga aportes o extracciones.

[Texto eliminado]

Turbulencia

El escurrimiento del agua en tubos y canales –los más comunes conductos para el escurrimiento del agua- se produce con muchas alteraciones: codos, válvulas y varios tipos de accesorios; así como piedras y curvas en los canales, además de la rugosidad y las irregularidades. Coloquialmente puede decirse que se trata del agua escurriendo con choques y contraflujos entre porciones de agua.

Solicitar a los alumnos definiciones alternas.

Flujo ideal

En mecánica de fluidos el concepto de flujo ideal, es importante y a la vez imaginario. Para el planteamiento de la ecuación de continuidad se hace la hipótesis (simplificatoria) de que el agua escurre –fluye- en un conducto infinitamente largo, recto, liso y sin ninguna variación en su sección, ni en su tamaño; no las paredes del conducto por el entre las partículas de agua. Es viscoso; no se adhiere a las paredes del conducto y el conducto no tiene rugosidad ni irregularidades. Esta situación es totalmente irreal; sin embargo, para la comprensión del concepto de gasto y de continuidad es conveniente considerarlo así.

Enfatizar: el flujo ideal es imaginario.

[Texto eliminado]

El profesor puede utilizar analogías o ejemplos como el siguiente, o cualquier otro y podría usar el pizarrón para presentar dicho ejemplo.

Los alumnos pueden imaginar una fila de personas llevando una cubeta de agua y que el alumno, parado frente a las personas cuente el número de cubetas que pasan frente a él. O por ejemplo, una fila de camionetas que llevan un tanque de un metro cúbico. Si pasan treinta camionetas frente al alumno en 30 segundos, entonces se tendrá un gasto de 30 metros cúbicos en 30 segundos. Se acostumbra utilizar la letra Q para evitar escribir la palabra “gasto”. De esta manera, se puede escribir:

Gasto=Q=30 metros cúbicos por cada 30 segundos

Se puede ahora recurrir al concepto de división: ¿cuántos metros cúbicos le corresponden a cada segundo? Se divide el número de metros cúbicos entre el número de segundos.

Q= 30 metros cúbicos/30 segundos

Q= 1 m³/s

De esta manera, es muy sencillo entender el concepto y se supondría que estimar el gasto en un río, arroyo o canal, sería igual de simple; sin embargo no es así, por la razón de que no es nada sencillo determinar la cantidad o volumen de agua. Se recomienda al profesor hacer la siguiente pregunta a los alumnos ¿Cómo podría hacerse para saber en un gran río el volumen de agua que escurre en una cierta sección?

[Texto eliminado]

De este libro, dos asuntos son de interés para esta historia: (a) siguiendo la teoría de los “graves” de Galileo, Torricelli se preguntó sobre la forma que tendría un chorro de agua que saliera del fondo de un tanque, si ya se sabía que al caer se va acelerando, era un matemático brillante y determinó que la forma era una hipérbola

*En realidad dijo que el agua saldría del orificio con el mismo “ímpetu”; concepto mucho más completo y complejo que la velocidad, pero para fines de la historia de la ecuación, se menciona a la velocidad.

El profesor debe remarcar los dos asuntos importantes para la historia: la forma de la hipérbola y la velocidad de salida.

de cuarto grado. Algo parecido a lo que se presenta en la Figura 10-12. Por otro lado (b) Torricelli propone que el agua al salir por el orificio y tomar la forma de la hipérbola, tendrá la misma velocidad* que un cuerpo que cae desde la misma altura del nivel del agua en el tanque.

[Texto eliminado]

Al parecer Newton, había medido el gasto por un orificio circular practicado en el fondo de un tanque bajo cierto tirante de agua, y luego había medido el diámetro de otro orificio por el cual pasaba el mismo gasto de agua, pero cayendo libremente desde la misma altura; evidentemente, con el objeto de comprobar el principio de Torricelli de que la velocidad adquirida en las dos condiciones es la

El profesor debe comprobar que los alumnos entiendan perfectamente la figura. Y puede obviar el desarrollo del razonamiento de Newton para dar sencillez al tema ya que es solo cuestión anecdótica. Dicho desarrollo se incluye por si el profesor decide considerarlo en clase.

misma. El principio no resultó cierto. En seguida se presenta el razonamiento que probablemente siguió Isaac Newton.

[Texto eliminado]

Este libro causó tremenda contrariedad a Daniel ya que su padre no hace mención alguna de sus trabajos. Recuérdese que el libro “Hidrodinámica” de Daniel apareció en 1738 y por supuesto que su padre lo conocía.

El papá Johann también estaba enojado con su hijo Daniel porque no le hizo caso de ser médico y porque, además, le ganó en un concurso científico.

Otro punto de reflexión interesante es que la presentación actual de la ecuación de Bernoulli y su teorema, se ha atribuido a Daniel; sin embargo, parece más apropiado acreditarlos a Johann más que a Daniel, ya que Johann interpretó más convenientemente el fenómeno y dedujo la presentación actual de la ecuación (Vischer, 1985).

[Texto eliminado]

Estructura de conocimiento de la ecuación de la energía

En los diferentes textos sobre el tema se pueden encontrar varias versiones de la ecuación de la energía. En este material se usará la versión más “ingenieril” de la ecuación, conocida como *ecuación de Bernoulli para una vena líquida*.

[Texto eliminado]

Se presentan solamente algunos de los conceptos de la estructura, el profesor puede considerar todos los bloques, aunque algunos ya se vieron en temas pasados.

[Texto eliminado]

Cuando se aplica una fuerza constante que mueve un cuerpo en la misma dirección que el desplazamiento, el trabajo (T) se define como el producto de la fuerza (F) por la distancia que se mueve el objeto (d)

$$T = Fd \quad (16-1)$$

En algunos intentos por hacer significativa la explicación del concepto de trabajo, se recurre a experiencias cotidianas: subir una carga uno o varios pisos en un edificio, levantar un peso, hacer ejercicio por medio de las llamadas “lagartijas”... de esta manera el alumno entiende que se realiza un trabajo si realiza alguna de las actividades usadas como ejemplo. Pero al momento de “entrar” en materia se recurre a figuras explicativas como la presentada en la Figura 8-15, donde se puede ver un cuerpo cuadrado que podría ser una caja de madera vista de perfil y una flecha que indica la presencia de una fuerza... ¿dónde quedaron los ejemplos dados para entender el concepto? El profesor debe hacer hincapié en aclarar que el concepto de trabajo en física es diferente al concepto de trabajo realizado en la vida diaria.

Energía

Es complicado intentar una definición general de la energía; sin embargo, se puede decir que la energía en general, es la *capacidad de los sistemas de producir transformaciones*. Se considera, para el caso de la ecuación de la energía (en Hidráulica), que dicha transformación es el concepto físico de *trabajo*. Se considera que esta convención es aceptable dado que se estaría hablando de energía mecánica, que es la suma de la energía potencial más la energía cinética. Es así que la definición de energía será la siguiente: “capacidad de los cuerpos para realizar un trabajo”. Ello implica necesariamente, que cuando se diga que tal cosa tiene energía, esa tal cosa es capaz, de alguna manera, de mover un cuerpo una cierta distancia aplicando una cierta fuerza.

Se recomienda al profesor intentar una definición propia de los alumnos. Pregúntese sobre las diferentes formas de la energía. Motívese a los alumnos a contar con una definición general de la energía, pero intentando explicarla a niños de primaria.

[Texto eliminado]

De tal manera que la aceleración (a) es directamente proporcional a la fuerza (F) e inversamente proporcional a la masa (m); es decir $a=F/m$, si se despeja la fuerza, se obtiene la tan mencionada y famosa segunda ley de Newton: $F=ma$.

Este ejercicio se puede hacer en el pizarrón por parte del profesor o pasar a algún alumno o alumna.

[Texto eliminado]

Energía cinética o de velocidad

Todo cuerpo en movimiento tiene energía cinética. Por ejemplo, una persona cuando camina o corre, un avión en pleno vuelo o al momento de adquirir velocidad para su despegue, una corriente de agua, un disco que gira, la rueda de la fortuna, un pájaro al volar, una canica al rodar por el suelo, una manzana que cae de un árbol y, en fin, todo aquello que está en movimiento tiene energía cinética.

Invítese a los alumnos a investigar (con sus dispositivos móviles) de dónde viene la palabra “cinética”.

Seguramente se habrá observado cómo unos cuerpos tienen movimiento de traslación y otros de rotación, o una combinación de ambos. Se dice que un cuerpo presenta un movimiento de traslación cuando todas sus partes siguen una dirección constante, por ejemplo un avión en vuelo, o una piedra cayendo al suelo desde la cima de un precipicio. Un cuerpo tiene movimiento de rotación cuando lo lleva a cabo alrededor de una recta llamada eje de rotación, cuyos puntos permanecen inmóviles, por ejemplo una rueda de la fortuna, un disco compacto, un engrane o una polea fija. Hay cuerpos con movimiento de traslación y rotación, tal es el caso de la Tierra y también el de un yoyo. Es claro que la energía a la que se hace referencia en este caso, es la energía cinética de traslación.

¿Qué otros ejemplos de movimientos de traslación de rotación se les ocurren a los alumnos?

[Texto eliminado]

Explicación de la ecuación de la energía para un escurrimiento presurizado

[Texto eliminado]

En la ecuación de la energía de Bernoulli se acostumbra no incluir las pérdidas de energía entre dos secciones. Se recuerda al profesor que dichas pérdidas sí se deben considerar al momento de realizar cálculos utilizando esta fórmula.

[Texto eliminado]

Las ideas aristotélicas del movimiento fueron criticadas en el siglo II AC por Hiparco de Rodas (Hoyos, 2001) afirmando que en el lanzamiento de un objeto se le imprime una fuerza interna, a medida que transcurre el movimiento, disminuye la fuerza impresa hasta que se equilibra con el peso del cuerpo y éste comienza a caer. Aquí inicia una idea que será la base para el planteamiento de la cantidad de movimiento, y es esa idea de que “algo” acompaña a los cuerpos durante su movimiento.

¿Consideran los alumnos que los cuerpos que se mueven “cargan” algo relacionado con la causa de su movimiento?

[Texto eliminado]

Isaac Newton (1642-1727)

Más de 40 años después de Huygens, Isaac Newton daba comienzo a sus Principia, definiendo, una después de otra, “cantidad de materia” y “cantidad de movimiento”. Con respecto a esta última, escribía: “Definición II: La cantidad de movimiento es la medida del mismo, que resulta de la velocidad y la cantidad de materia juntas. El movimiento del conjunto es la suma de los movimientos de todas sus partes y, por tanto, en un cuerpo doble en cantidad, con igual velocidad, el movimiento es doble; con velocidad doble, es cuádruple.” Es a Newton que se le atribuye la formalización de la cantidad de movimiento.

Lo más importante de la historia del concepto de cantidad de movimiento es su origen totalmente religioso y que la definición física es la misma que la definición religiosa.

La estructura de conocimiento de la ecuación de cantidad de movimiento y sus conceptos previos

Se considera que varios aspectos no se han contemplado en la materia de Hidráulica y los libros de texto que se manejan:

- a) No se explica conceptualmente la cantidad de movimiento (masa por velocidad)
- b) No se hace énfasis en que la cantidad de movimiento solo es importante si se considera la variación de dicha magnitud y su conservación.
- c) No se ha manejado el concepto de *impulso*, que es conceptualmente más didáctico que la Segunda Ley de Newton (es más intuitivo y el uso de organizadores previos es muy sencillo, como se verá más adelante)
- d) No se hace distinción entre la aplicación del concepto de cantidad de movimiento en los sólidos –que resulta muy intuitivo- y su aplicación en los fluidos, que no es intuitivo.

[Texto eliminado]

Cantidad de movimiento (en los sólidos)

Los cuerpos que se mueven e impactan con algo producen mayor efecto de choque en función de que:

(a) son muy grandes; (b) van muy rápido y (c) la combinación: son grandes y van muy rápido.

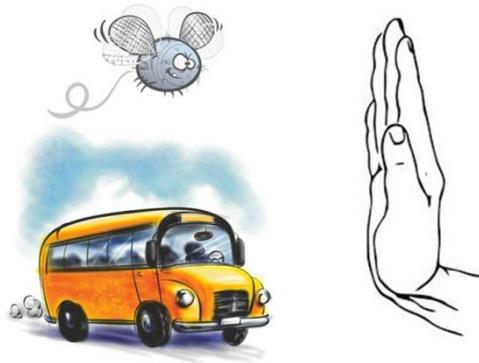
Cualquiera puede detener con una mano a una mosca

que viaja a 10 km/hr, inténtese lo mismo con un autobús que viaja a la misma velocidad. Un buque

petrolero (que son inmensos, de varios miles de toneladas de peso) detienen sus motores unos 25 km

antes de llegar a puerto. La cantidad de movimiento del buque es muy grande, dado que su masa es igualmente muy grande aunque la velocidad sea muy baja. Para que una bala tenga el mismo orden de magnitud de cantidad de movimiento deberá avanzar a miles de metros por segundo.

Se invita al profesor a intentar una definición del concepto de cantidad de movimiento junto con los alumnos. Siempre conviene imaginar que dicha definición está dirigida a personas sin conexión frecuente con la terminología de la física o bien con alumnos de por ejemplo, secundaria.



Invítese a los alumnos a elaborar una definición de la cantidad de movimiento, basados en la figura anterior.

Noción del concepto de cantidad de movimiento

Así se puede establecer una definición del concepto: Cantidad de movimiento es la combinación de la masa de un cuerpo y su velocidad, se manifiesta únicamente durante las colisiones y se calcula por la multiplicación de la masa por la velocidad.

Impulso

Se considera que para la comprensión conceptual de la cantidad de movimiento es muy conveniente trabajar con el concepto de *impulso*. Se cita textualmente a Hewitt (2007) en el tema:

Este concepto no se ha manejado explícitamente en la deducción de la ecuación de cantidad de movimiento.

[Texto eliminado]

El cambio de la cantidad de movimiento y la aplicación del concepto en los líquidos

En el citado texto de Hewitt (2007), se analiza el movimiento de un auto al que le corresponde una cierta magnitud de cantidad de movimiento en virtud de su masa y su velocidad, y su correspondiente cambio de cantidad de movimiento al detenerse bruscamente al chocar con una pared o al detenerse suavemente al atravesar un montón de paja (Figura 4). El autor utiliza las figuras para explicar que un cambio de cantidad de movimiento que se realiza en largo tiempo, involucra poca fuerza (el auto atravesando el montón de paja); mientras que un cambio de movimiento realizado en muy corto tiempo involucra grandes fuerzas (el auto chocando con una pared).

En los textos conocidos de hidráulica no se ha encontrado comentario alguno sobre la diferencia que se tiene en la cantidad de movimiento de un objeto sólido y el mismo concepto en los líquidos. Es fundamental que se tenga en cuenta esta circunstancia.

17 Referencias

- Álvarez G. J. L. (2002). El principio de la inercia. *Revista Ciencias*, 67, 4-15.
- Ameneyro, A., y Mora, C. (2010). *Latin-American Journal Physics Education*, 4, 756-773.
- Arteaga T. R. E. (1999). *Hidráulica Elemental*. Universidad de Chapingo. México.
- Ausubel D. (1983). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Barros M. J. F. Romero C. A. E. (2010). Aprendizaje de la Hidráulica en un ejercicio argumentativo con estudiantes de Ingeniería. *Memorias del Segundo Congreso Nacional de Investigación en educación en ciencias y tecnología*. Cali, Colombia.
- Bengoechea, G. P. (1997). Una perspectiva constructivista de la enseñanza y el aprendizaje. *Psicología Educativa*. 3(2), 125-140.
- Cajas, F. (2001). Alfabetización científica y tecnológica: la transposición didáctica del conocimiento tecnológico. *Enseñanza de las ciencias*, 19 (2), 243-254.
- Chanson H. (2004). Enhancing student's motivation in the undergraduate teaching Hydraulic engineering: role of field works. *Journal of Professional Issues in Engineering Education and Practice*. 130 (4). 259-268. DOI: 10.1061/(ASCE)1052-3928(2004)130:4(259).
- Chevallard I. (1998). *La transposición didáctica, del saber sabio al saber enseñado*. Argentina: Editorial Aique.
- Cruz-Guzmán, L., M. (2011). Diseño práctico de una unidad didáctica en el área de las ciencias experimentales enmarcado en un proceso de enseñanza-aprendizaje activo y constructivista. *Campo Abierto*, 30(2), 141-163.
- Cuellar, F. L., Badillo, R. G. Pérez, M. R. (2008). El modelo atómico de E. Rutherford. Del saber científico al conocimiento escolar. *Enseñanza de las Ciencias*, 26(1), 43-52.
- Dalgaard P. (2008). *Introductory Statistics with R*. Copenhagen: Springer.
- Deltawerken (2004). La molécula del agua. Recopilado de <http://www.deltawerken.com/La-Mol%C3%A9cula-de-Agua/1568.html>
- Dos Santos S. A. (2008). *La Enseñanza de Ciencias con un Enfoque Integrador a través de Actividades Colaborativas, bajo el Prisma de la Teoría del Aprendizaje Significativo con el uso de Mapas Conceptuales y Diagramas para Actividades Demostrativo-Interactivas – ADI*, Tesis doctoral no publicada. Universidad de Burgos. Burgos, España.
- Figuroa S. K., Garay T. A., Quiceno P. V. V., Toro C. V. y Córdoba C. (2010). Conservación de la materia y combustión. Tomado de:

<http://conservaciondelamteriaycombustion.blogspot.mx>

García R. B. E. (2011). Puente de hidrógeno. Tomado de:
<http://repository.uaeh.edu.mx/bitstream/handle/123456789/15878>

García S. J, Sánchez I. A. Escalante T. E. J. Morales B. A. (2012). Enseñanza de la Hidráulica y la Hidrología mediante el enfoque curricular de la comprensión por diseño. Memorias del XIII Seminario de Investigación. Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Yucatán.

Gracia C. A. L. (2004). Ideas sobre permeabilidad en estudiantes de magisterio. Enseñanza de las Ciencias. 22(1), 37-46

Gomez, G. Cranell y Coll, C. (1994). De qué hablamos cuando hablamos de constructivismo. Cuadernos de Pedagogía, 221, 8-10.

Guruceaga, Z. A. y González, G. F. (2011). Un módulo instruccional para el aprendizaje significativo de la energía. Enseñanza de las Ciencias, 29(2), 175-190.

Herrero, C. J. I, Gallego, G. R y Pérez, M. R. (2010). Transposición didáctica del modelo científico de Lewis-Langmuir. Revista Eureka sobre enseñanza y divulgación de las ciencias, 7, 527-543.

Hessen J. (2003). Teoría del conocimiento. México: Editorial Época.

Hewitt, P. G., (2007). Física Conceptual. Décima edición. México: Pearson Educación.

Hinojosa R. M., Reyes M. M. E. (2001). La rugosidad de las superficies: Topometría, Revista de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León. IV (11) 27-33.

IQuímicas. (2012). Definiciones de: masa, volumen, densidad, energía y trabajo.
Recuperado de:
<http://iquimicas.com/clases-de-quimica-general-definiciones-de-masa-volumen-densidad-energia-y-trabajo-leccion-de-quimica-n-2/>

Kay M. (2008). Practical Hydraulics. New York, NY: Taylor and Francis.

King H. W., Wisler C. O., Woodburn. J. G. (1989). Hidráulica. México: Editorial Trillas.

Levi Enzo. (1985). El Agua según la Ciencia, Evolución de la Hidráulica. Volumen I. México: UNAM,

Liñán M. A. (2009). Las ecuaciones de Euler de la mecánica de fluidos. En Galindo T. A. y López P. M (Ed.), La obra de Euler : tricentenario del nacimiento de Leonhard Euler (1707-1783) (pp. 151-177). Madrid: Instituto de España.

- Markland E. (1971). A first course in hydraulics. Nottingham, England: Tecquipment Limited,
- Matallana M. D. M., Duarte J. G., Fonseca M. (2006). Aportes significativos que construyeron el concepto de la cantidad de movimiento lineal desde los griegos hasta el siglo XVII. *Revista Colombiana de Física*, 38 (2), 722-725.
- Mendiola, M. A. y Pedroza G. E. (2014). Análisis de la baja comprensión de los conceptos de la Hidráulica en los estudios de nivel licenciatura en México. *Memorias del III Convención Internacional de la Ingeniería en Cuba, CIIC 2014*. Matanzas, Cuba.
- Moreira, M. A. (2008). Organizadores previos y aprendizaje significativo. *Revista Chilena de Educación Científica*, 7 (2), 23-30.
- Moreira, M. A. (2012). ¿Al final, qué es aprendizaje significativo? *Revista Currículum*, 25, pp. 29-56.
- Nekrazov B. (1966). Hidráulica. Moscú: Editorial Mir.
- Ostermann F. y Moreira M. A. (2000). Física contemporánea en la escuela secundaria: una experiencia en el aula involucrando formación de profesores. *Enseñanza de las Ciencias*. 18 (3), 391-404.
- Osaba R. C. A. Molina A. A. T. López P. E. M. (2002). Diagnóstico integral del nivel de partida en la asignatura Física para estudiantes de Ingeniería Hidráulica. *Revista Pedagogía Universitaria*. 7 (2).
- Pedroza G. E., Ortiz M. J. (2006). Historia del teorema de Bernoulli, *Memorias del XIX Congreso Nacional de Hidráulica*. Cuernavaca Mor. México.
- Pérez P. J. y Gardey A. (2015). Punto en geometría. Recopilado de Definción.de <http://definicion.de/punto-en-geometria>
- Porto A. A. (Sin año). Curso de Biología. Departamento de Biología, IES María Cásares. Recopilado de: <http://www.bionova.org.es/biocast/tema04.htm>
- Pulido, R. R. (1998). Estudio teórico de la articulación del saber matemático en el discurso escolar: la transposición didáctica del diferencial en la física y la matemática escolar. Tesis doctoral, recopilada de: <http://cimate.uagro.mx/cantoral/Archivos%20PDF/Pulido.pdf>
- Roa M. (2008). Propuesta de enseñanza de los conceptos de Trabajo y Energía Mecánica, fundamentada en la Teoría de Ausubel. *Revista Iberoamericana de Educación*, 44/7, 1-17.
- Rodríguez, P. D. P y González, F. J. (2004). La historia de la ciencia como herramienta para la construcción de significados en los cursos de física universitarios: un ejemplo en fuerza y movimiento. Recuperado de http://www.pedagogica.edu.co/storage/ted/articulos/ted12_06arti.pdf.

- Rouse, H., Ince S. (1957). History of Hydraulics. Iowa: Institute of Hydraulics Reserch, State University of Iowa.
- Runes D. D. (1981). Diccionario de Filosofía. México: Grijalbo
- Sánchez S. I., Moreira M. A., Caballero S. C. (2009). Implementación de una propuesta de aprendizaje significativo de la cinemática a través de la solución de problemas. Revista Chilena de Ingeniería, 17 (1) 27-41.
- Simon A. L. y Korom S. F. (1997). Hydraulics. New Jersey: Prantice Hall.
- Solbes, J. y Traver, M. (2001). Resultados obtenidos introduciendo historia de la ciencia en las clases de física y química: mejora de la imagen de la ciencia y desarrollo de actitudes positivas. Enseñanza de las Ciencias, 19 (1), 151-162.
- Sotelo A. G. (1999). Hidráulica General Volumen 1 Fundamentos. México: Editorial Limusa.
- Trueba C. S. (1981). Hidráulica. México. Compañía Editorial Continental S. A.
- Vázquez C. E (2003). Los puentes de hidrógeno. Recopilado de:
<http://laguna.fmedic.unam.mx/~evazquez/0403/puente%20de%20hidrogeno.html>
- Vischer D. (1987). Daniel Bernoulli and Leonard Euler, the advent of hydromechanics. En G Garbrecht (ed.), Hydraulics and Hydraulic Research: A Historical Review (pp. 145-156). Rotterdam-Boston.
- Weisstein, E. W. (2016) "Coordinate System." Recopilado de MathWorld--A Wolfram
<http://mathworld.wolfram.com/CoordinateSystem.html>
- White F. M. (1999). Fluid Mechanics. Singapore: WCB/McGraw-Hill.
- Whitrow G. J. (1986). Einsten, el hombre y su obra. México: Siglo Veintiuno Editores SA de CV.
- Walpole R. E., Myers R.H., Myers S. L. y Ye K. (2012). Probability & Stadistics for Engineers & Scientists. United States of America: Prantice Hall/Pearson.